

Encontro Nacional de Professores de Matemática

AS PRÁTICAS DOS ALUNOS E AS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS NO 1.º E NO 2.º CEB

Neusa Branco

Escola Superior de Educação, Instituto
Politécnico de Santarém
Unidade de Investigação do Instituto de
Educação, Universidade de Lisboa

neusa.branco@ese.ipsantarém.pt



©Câmara Municipal de Castelo Branco

XXXV SIEM 10.11 julho Castelo Branco 2019
Geminário de Investigação em Educação Matemática Escola Secundária Amato Lusitano

Associação de Professores de Matemática



Finalidades para o ensino da Matemática

XXXV

PROFMAT

11
12
13

XXXV
SIBEM 10.11
Sembrão
de Investigação em Educação Matemática

- Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos.
- Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência.

Oito práticas para ensino de qualidade

XXXV

PROFMA

11
12
13

XXXSIEM 10.11
Sembrão
de Investigação em Educação Matemática

- Estabelecer **metas focadas na aprendizagem da Matemática**
- Propor tarefas que promovam o **raciocínio e a resolução de problemas**
- Usar e relacionar diversas **representações matemáticas**
- Favorecer um **discurso matemático** significativo
- Colocar **questões intencionais** com propósitos distintos
- Construir a **fluência procedimental** com base na **compreensão de conceitos**.
- Apoiar o **esforço dos alunos para superarem as suas dificuldades**.
- **Recolher e usar evidências** das estratégias dos alunos

Aprendizagens essenciais

XXXV

XXXSIEM 10.11
Sembrando
a Investigação em Educação Matemática

Prof. M. A. F. 11 12 13

2.º
ano

TEMA
Conteúdos de
aprendizagem

**AE: OBJETIVOS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM
CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES**
Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requerem a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

**PRÁTICAS ESSENCIAIS DE
APRENDIZAGEM**
Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e de grupo, tenham oportunidade de:

Números e Operações

Números naturais
Adição, subtração,
multiplicação e divisão
Números racionais não
negativo
Resolução de problemas
Raciocínio matemático
Comunicação matemática

Conhecimentos, Capacidades, Atitudes

- Desenvolver **interesse pela Matemática** e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social.
- Desenvolver **confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos**, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem.
- Desenvolver **persistência, autonomia e à-vontade** em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

Aprendizagens essenciais

XXXV

XXXSIEM 10.11
Sembrando
a Investigação em Educação Matemática

ProfMat

11
12
13

TEMA
Conteúdos de
aprendizagem

AE: OBJETIVOS ESSENCIAIS DE APRENDIZAGEM
CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES
Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeriram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

PRÁTICAS ESSENCIAIS DE
APRENDIZAGEM
Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e de grupo, tenham oportunidade de:

5.º
ano

Números e Operações

Números naturais
Números racionais não
negativo
Resolução de problemas
Raciocínio matemático
Comunicação matemática

Conhecimentos, Capacidades, Atitudes

- Desenvolver **interesse pela Matemática** e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social.
- Desenvolver **confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos**, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem.
- Desenvolver **persistência, autonomia e à-vontade** em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

Como se aprende

- A aprendizagem requer o envolvimento das crianças em **atividades significativas**
- Para haver uma apropriação de novas ideias e novos conhecimentos . . . é preciso que ele se envolva num processo de **reflexão sobre essas atividades**
- **Valorizar as capacidades de pensamento dos alunos** - criar condições para que eles se envolvam em atividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades
- A ausência de elementos de compreensão, raciocínio e resolução de problemas nas atividades dos alunos pode ser responsável por **dificuldades que muitos sentem em realizar procedimentos aparentemente simples.**
- Conhecimento de termos, factos e procedimentos e capacidade de raciocinar e resolver problemas - **desenvolvem-se ao mesmo tempo e apoiando-se**

xxxv
P
r
o
f
e
s
s
o
r
e
s
M
a
t
e
m
á
t
i
c
a
11
12
13

xxxv
Sembrado
o
S
I
E
M
10.11
do
Instituto
de
Investigação
em
Educação
Matemática

Ministério da Educação
Departamento de Educação Básica

A MATEMÁTICA
na
Educação Básica



Como se aprende

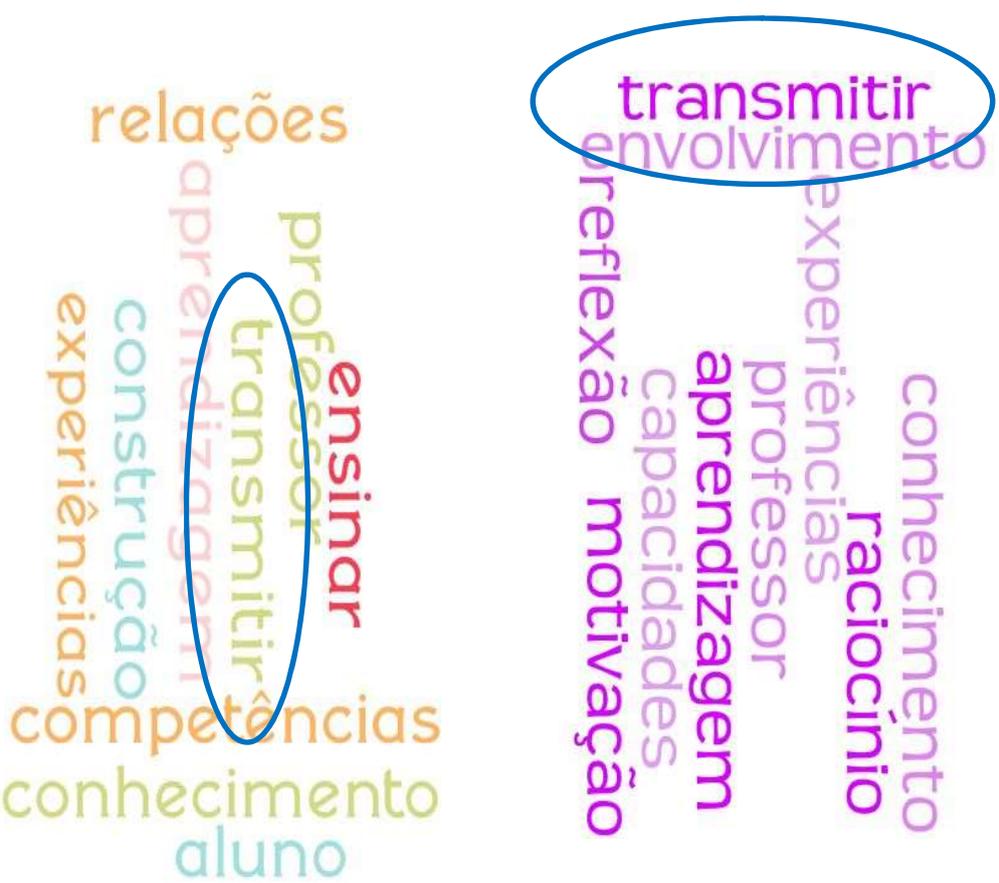
xxxv
P
r
o
f
e
s
s
o
r
e
s
M
a
t
e
m
á
t
i
c
a
13
12
11

- A aprendizagem é um **processo gradual de compreensão e aperfeiçoamento** . . . os alunos vão relacionando aquilo que já sabem com as exigências das novas situações.
- **Quando estas relações se ignoram** . . . ocorre um fenómeno . . . : muitos alunos, simplesmente, começam a errar naquilo que pareciam saber e deixam, até, de evidenciar capacidades que lhes eram reconhecidas.
- **A ausência de elementos de compreensão, raciocínio e resolução de problemas** . . . pode mesmo ser responsável por grande parte das **difficultades**
- A aprendizagem não é uma questão meramente cognitiva
- As **concepções** que os alunos têm sobre a matemática e sobre o seu papel como alunos . . . Desempenham um papel crucial na aprendizagem
- Aspectos cognitivos, afectivos, do domínio das concepções estão ligados ao **ambiente de aprendizagem da aula**

xxxv
Sembrido
XXXSIEM 10.11
do Investimento em Educação Matemática

Ideias-chave

XXXV
ProfMat
11
12
13



Como se aprende

XXXV

ProfMat
11
12
13

Se a criança é vista como um “recipiente” que armazena informação, então o papel do professor é essencialmente de transmitir “correctamente” essa informação. Os alunos são confrontados com factos, princípios e regras que devem “adquirir” para depois aplicar. O professor atribui um significado às suas próprias palavras e acções, esperando que o mesmo seja “aprendido” pelos alunos, de modo organizado, previsível e essencialmente passivo.

Porém, as coisas são muito diferentes se a aprendizagem é considerada um processo de construção activa do conhecimento por parte das crianças. Estas, tal como os adultos, concebem um modelo do mundo com base nas experiências que vivem e nos conhecimentos prévios que têm. (pp. 23-24)

XXXSIEM 10.11
Sembrido
do Investimento em Educação Matemática

Abordagem de Ensino

XXXV

XXXSIEM 10.11
Sembrando
de Investigação em Educação Matemática

- No desenvolvimento da aula existem **diversos momentos**:
- com diferentes dinâmicas;
 - ocupam diferentes períodos de tempo na aula.

Prof. Ma. f. t. 11.12.13

AULA

Introdução: Organização dos alunos e apresentação da tarefa	Trabalho autônomo: Os alunos fazem trabalho individual, em pares ou em pequenos grupos e o professor apoia	Discussão coletiva: Apresentação das resoluções pelos alunos e sua discussão em que tanto professor como alunos questionam	Síntese: Foco no conhecimento matemático
---	--	--	--

(Canavarro, 2011)

Papel das tarefas

$$8 + 4 = \square + 5$$

Respostas/Percentagem de respostas				
Ano	7	12	17	12 e 17
1 e 2	5	58	13	8
3 e 4	9	49	25	10
5 e 6	2	76	21	2

(Carpenter et al., 2003, p. 9)

“pensamento relacional envolve a utilização de propriedades fundamentais do número e das operações para transformar expressões matemáticas, em vez de simplesmente calcular uma resposta após uma sequência prescrita de procedimentos”
(Carpenter et al., 2005, p. 54)

Papel das tarefas

XXXV

Próxima

11
12
13

XXXSIEM 10.11
Sembrado
de Investigación em Educação Matemática

TI 2011

2.º ano

6. Escreve no espaço o número que falta para completar a igualdade.

$$\underline{\quad} - 7 = 12$$

TI 2012

2.º ano

12. Assinala com X o número que completa corretamente a igualdade seguinte.

$$74 + \underline{\quad} = 101$$

Papel das tarefas

XXXX
ProfMa
11
12
13

M031317

4.º ano

M07_05

$$3 + 8 = \square + 6$$

Que número debes escrever no quadrado para que a igualdade seja verdadeira?

- (A) 17
- (B) 11
- (C) 7
- (D) 5

% de respostas corretas

Hong Kong SAR	88 (1.8)	▼
Singapore	85 (1.3)	▼
Russian Federation	80 (1.9)	▼
Slovak Republic	44 (2.2)	▼
Portugal	40 (2.8)	
International Avg.	39 (0.3)	

Papel das tarefas

TI 2013

2.º ano

2. Escreve, na etiqueta, o número que falta para completar corretamente a igualdade.

$$17 - 5 = \boxed{} - 4$$

34,6% dos alunos **responderam corretamente**
37,1% colocaram o **número 12** na etiqueta

TI 2014

2.º ano

8. Assinala com X o número que completa corretamente a igualdade seguinte.

$$15 + 8 = \underline{\quad} + 7$$

50% dos alunos escolheram a **opção correta**
28% responderam de forma **incorreta**.

XXXX
Prof. Maf
11
12
13

Papel das tarefas

$$9 + 4 = \square + 5$$

Respostas/Percentagem de respostas				
Ano	8	13	18	outra
2	36	47	21	11
3	23	23	12	4
4	47	31	25	9
Total	106	101	58	24

Dados recolhidos em papel nos anos letivos 2015-16 e 2016-17

Papel das tarefas

Galrinho (2013)

As compras

Dois amigos vão à praia. O Pedro comprou dois gelados e dois sumos e pagou 7 euros. A Inês comprou um gelado e três sumos e pagou 6,50 euros.

7 euros	
6,5 euros	

Quanto custa um gelado? E um sumo? Explica como chegaste à resposta.

Papel das tarefas

Galrinho (2013)

Tentativa e erro

Quanto custa um gelado? E um sumo? Explica como chegaste à resposta.

$$\begin{aligned} &\rightarrow \text{Gelado} + \text{Gelado} + \text{Sumo} + \text{Sumo} \\ &2 + 2 + 0,5 + 0,5 = 5\text{€}(x) \\ &2 + 2 + 1 + 1 = 6\text{€}(x) \\ &2 + 2 + 1,5 + 1,5 = 7\text{€}(v) \end{aligned}$$

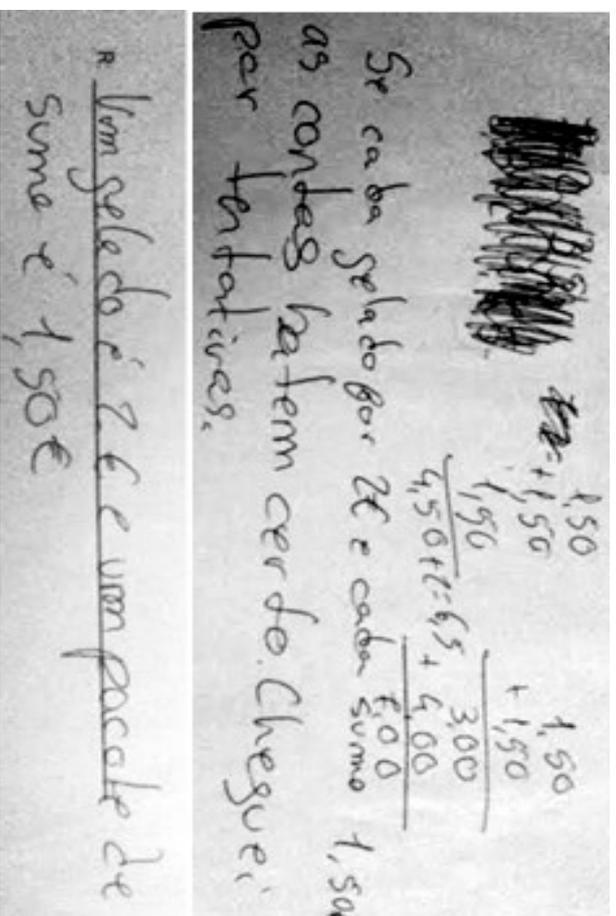
$$\begin{aligned} &\rightarrow \text{Gelado} + \text{Sumo} + \text{Sumo} + \text{Sumo} \\ &2 + 1,5 + 1,5 + 1,5 = 6,50\text{€}(v) \end{aligned}$$

R: Cada gelado custa 2€ e cada Sumo custa 1,5€.

Papel das tarefas

Galrinho (2013)

Tentativa erro baseada em relações



7 euros



Estagiária: Expliquem lá o que fizeram.

Aluno 5: Eu cheguei lá por tentativa. Primeiro fui dividir isto.

Estagiária: O quê?

Aluno 5: Fui dividir o 7 por 2.

Estagiária: Por dois gelados?

Aluno 5: E dois sumos. Mas depois isto não batia certo. Por isso fui tentar preços lógicos. Se o gelado fosse 2 euros e o sumo 1,50€.

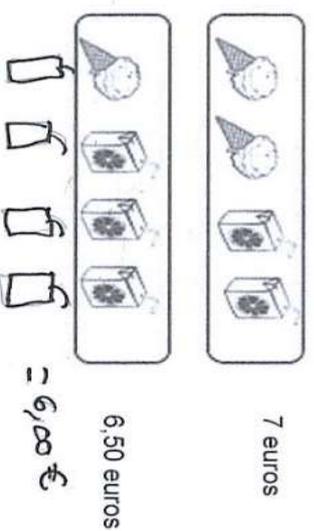
$2 + 2 + 1,5 + 1,5$ 7 euros

$2 + 1,5 + 1,5 + 1,5$ 6,5 euros

Papel das tarefas

Galrinho (2013)

Raciocínio de troca



Identificação da **diferença de 0,50€** entre o **preço do gelado** e o **do sumo** e a realização de trocas de um gelado por um sumo, diminuindo o custo total em 0,50€.

Quanto custa um gelado? E um sumo? Explica como chegaste à resposta.

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array} = 6\text{€} = 6:4 = 1,50\text{€}$$

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array} = 8\text{€} = 8:4 = 2 \\ 1,50 + 1,50 + 1,50 = 4,50\text{€} + 2 = 6,50 = \text{Sumo}$$

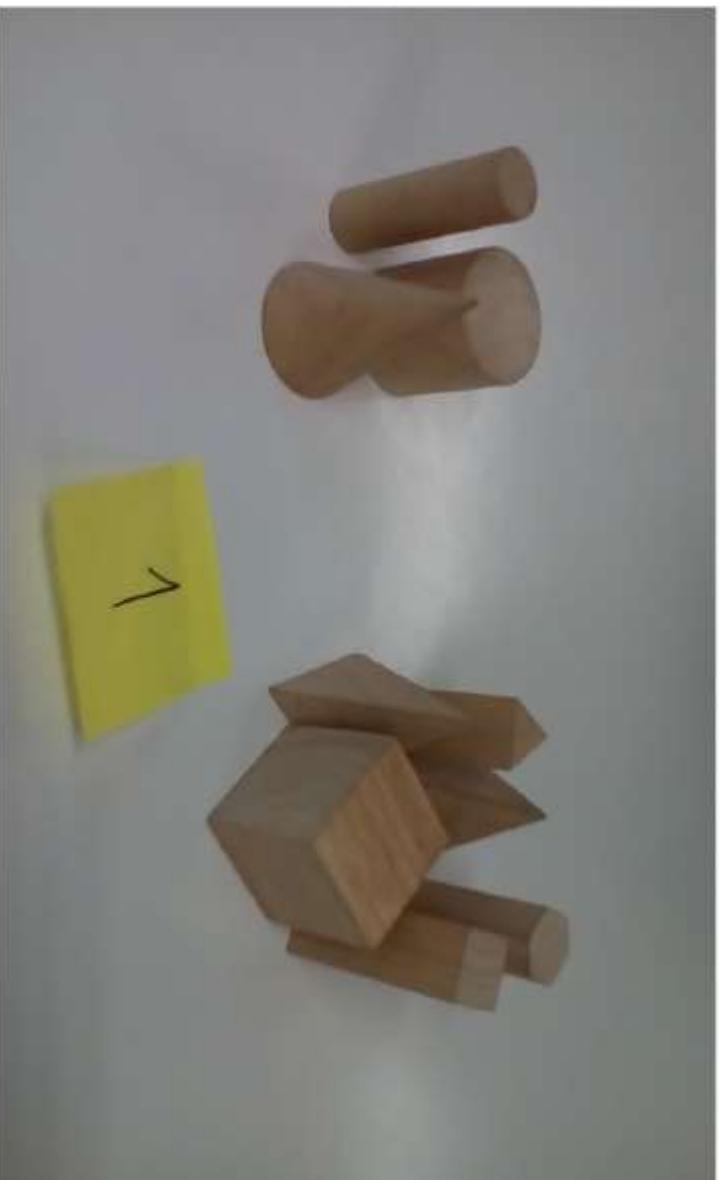
$$2 + 2 + 1,5 + 1,5 = 4 + 3 = 7\text{€} = \text{Sobro}$$

XXXV
P
r
o
f
e
s
s
o
r
e
s
M
a
t
e
m
á
t
i
c
a
11
12
13

Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

Sólidos rolantes e não rolantes.



Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

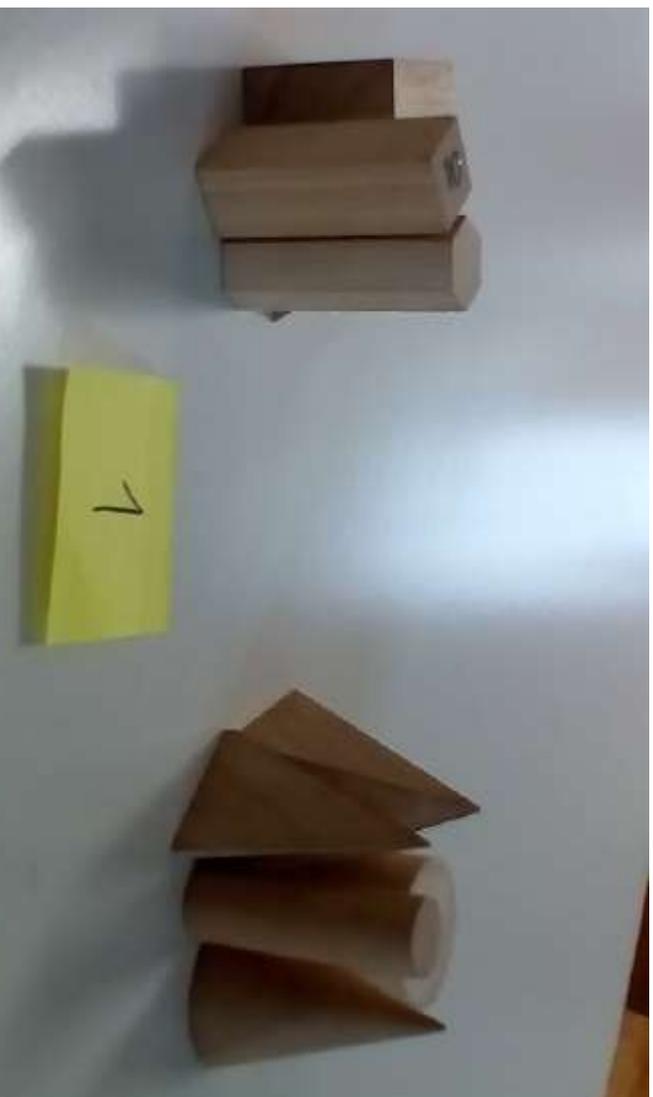
Sólidos com bases circulares e sólidos que não têm bases circulares



Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

Sólidos com faces laterais retangulares e sólidos sem faces laterais retangulares.



Papel das tarefas

Descubram o intruso ou os intrusos neste conjunto de sólidos e justifiquem a vossa resposta.

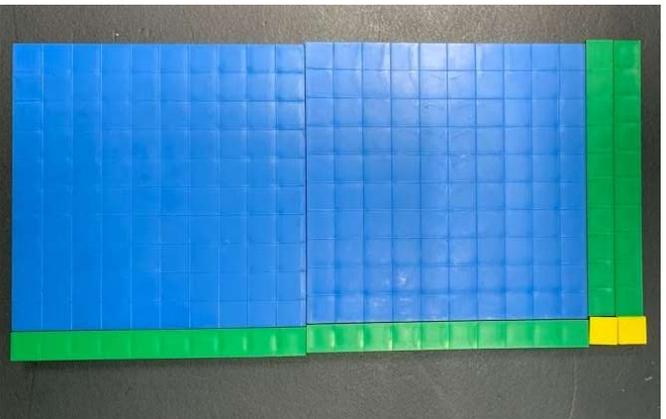
Sólidos com um vértice e sólidos sem vértices.



Recursos manipuláveis e digitais

Usar o material base 10 para representar num modelo retangular a operação de multiplicação 22×11

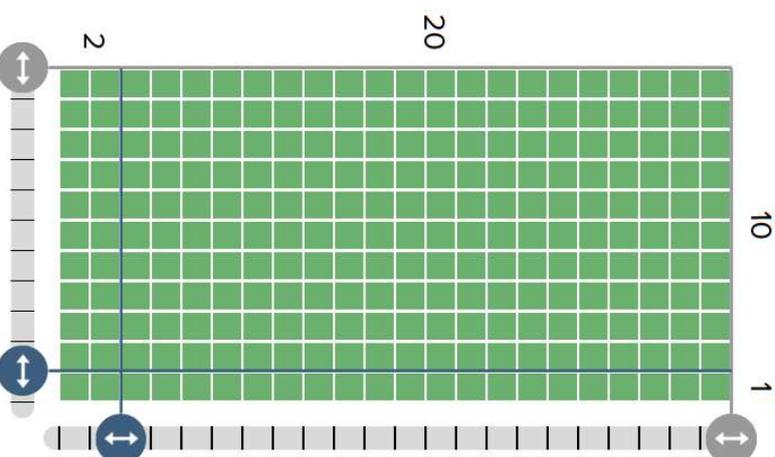
XXXV
Prof.ª
Mafalda
11
12
13



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 11 \\ \hline 2 \quad 1 \times 2 \\ 20 \quad 1 \times 20 \\ 20 \quad 10 \times 2 \\ + 200 \quad 10 \times 20 \\ \hline 242 \end{array}$$

Recursos manipuláveis e digitais

Usar uma aplicação digital para representar num modelo retangular a operação de multiplicação 22×11



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 11 \\ \hline 2 \quad 1 \times 2 \\ 20 \quad 1 \times 20 \\ 20 \quad 10 \times 2 \\ + 200 \quad 10 \times 20 \\ \hline 242 \end{array}$$

$$(20 \times 10) + (20 \times 1) + (2 \times 10) + (2 \times 1) = (22 \times 11)$$

Recursos manipuláveis e digitais

Usar o material base 10 para representar num modelo retangular a operação de multiplicação 22×22



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 440 \\ \hline 484 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 440 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 400 \\ + 400 \\ \hline 484 \end{array}$$

A utilização de recursos manipuláveis continua a ser pertinente

ao longo de toda a escolaridade

$$22^2 = (20+2)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 2 + 2^2$$

Recursos manipuláveis e digitais

XXXV

PROfMa

11
12
13

XXXSIEM 10.11
Seminar
de Investigação em Educação Matemática



Quais são triângulos e como os classificas?

Faz aparecer os pontos nas

figuras e em seguida move-os para identificares propriedades

nos triângulos. Escreve no

GeoGebra como classificas

cada um dos triângulos. Depois

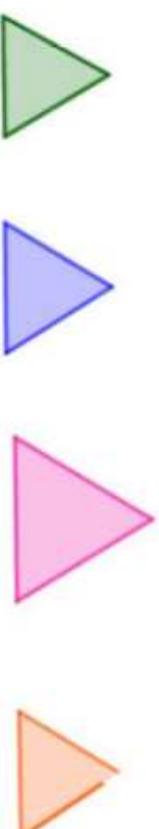
faz uma captura de ecrã e

coloca aqui a imagem com as

tuas respostas.

Diz quais são triângulos e classifica-os.

Mostrar/resconder ponto



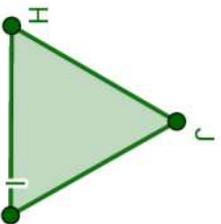
Recursos manipuláveis e digitais

XXXV
Sembrando a Pesquisa em Educação Matemática
SIEM 10.11
do Instituto de Educação Matemática

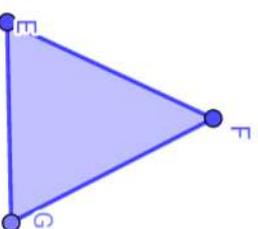
Mostrar/esconder ponto

Diz quais são triângulos e classifica-os.

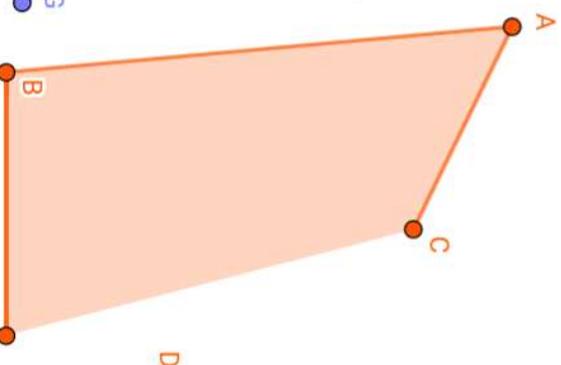
XXXV
ProfMat
11.12.13



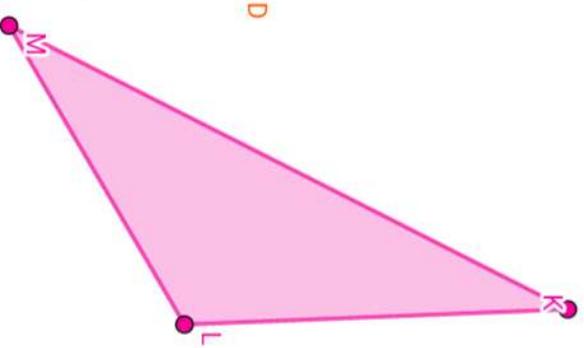
Triângulo equilátero



Triângulo isósceles



Não é um triângulo



Triângulo escaleno

Triângulo equilátero

Experiências dos alunos

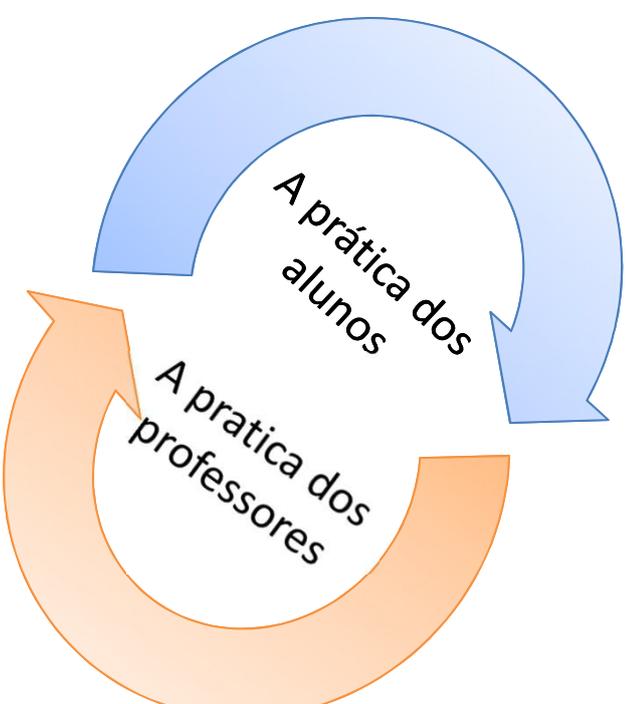
TAREFAS

- Desafiantes e diversificadas para promover a elaboração ativa de significado;
- Relacionem novas aprendizagens com conhecimentos anteriores;
- Favoreçam raciocínios informais e provoquem conflitos cognitivos;
- Fomentem a comunicação de ideias matemáticas;
- Permitam discutir ideias erradas e melhorar a compreensão;
- Fomentem o conhecimento conceptual e processual;
- ...

MATERIAIS MANIPULÁVEIS E RECURSOS DIGITAIS

- Fomentem a exploração de ideias matemática;
- Promovam o conflito cognitivo e a discussão;
- Apoiados por registos de processo, resultados e sistematização de ideias;
- ...

Conclusão



A capacidade matemática é inseparável do gosto pela matemática, e este não se desenvolve senão pela experiência.

Renovação do currículo de Matemática (p. 41)

Encontro Nacional de Professores de Matemática

Obrigada pela atenção.

Neusa Branco

neusa.branco@ese.ipsantarem.pt



©Câmara Municipal de Castelo Branco

XXXSIEM 10.11 julho Castelo Branco 2019
Geminário de Investigação em Educação Matemática Escola Secundária Amato Lusitano

Associação de Professores de Matemática



APM