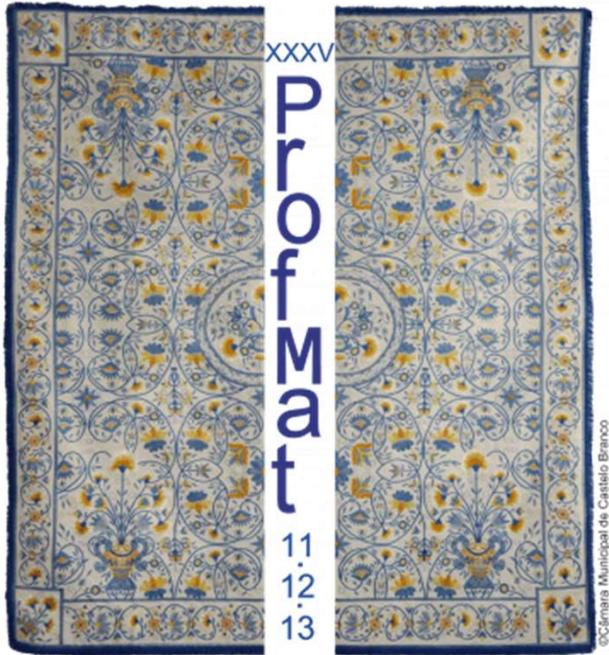


Encontro Nacional de Professores de Matemática



XXX SIEM 10.11 julho Castelo Branco 2019
Seminário de Investigação em Educação Matemática Escola Secundária Amato Lusitano

Associação de Professores de Matemática  APM

Abordagem visual na resolução de problemas geométricos

Teresa Bixirão Neto
teresaneto@ua.pt

cidtff
centro de investigação
Didática e Tecnologia na Formação de Formadores

Plano de Apresentação

1. Pensamento geométrico

2. Problemas geométricos

Composição de decomposição de objetos

Rodar objetos

Modelos e relações espaciais

3. Discussão

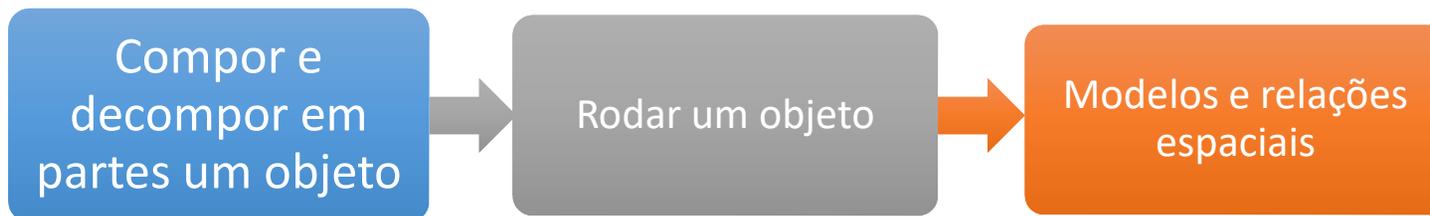
Pensamento geométrico

Processos de visualização
(Duval, 1998)

Paradigmas geométricos
(Parzysz & Jore, 2009)

Competência geométrica
(Kuzniak, A., Richard,R. &
Michael, P., 2018)

Problemas geométricos

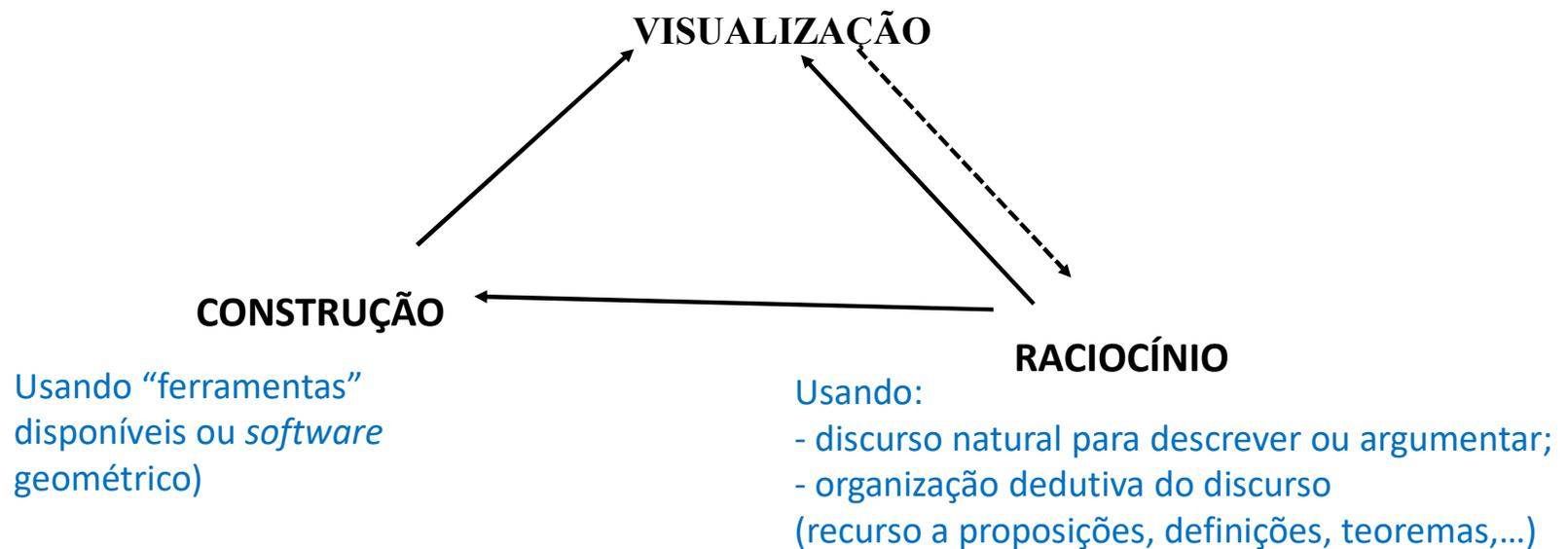


Duval (1998) refere três espécies de processos cognitivos que cumprem funções epistemológicas específicas

A visualização é um apoio intuitivo à argumentação (definições, proposições, axiomas, teoremas).

A visualização pode iludir ou ser impossível.

Identificação de formas ou figuras no seu todo e configurações em 2D ou 3D



Paradigmas geométricos (Parzysz & Jore, 2009)

	Geometrias não axiomáticas		Geometrias axiomáticas	
Tipo de geometria	Concreta (G0)	Gráfico-espacial (G1)	Proto-axiomática (G2)	Axiomática (G3)
Objectos	físicos		teóricos	
Argumentação	Natureza perceptiva		Natureza hipotético-dedutiva	

Competência geométrica

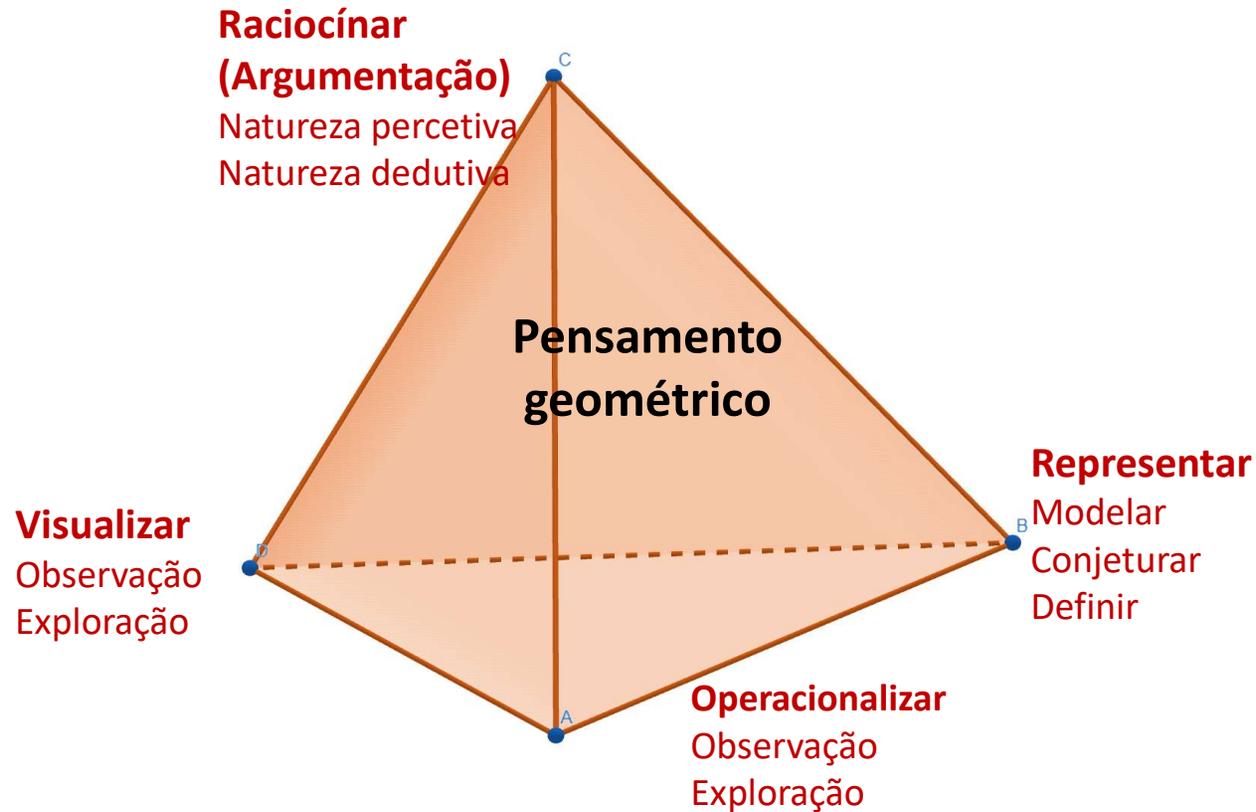
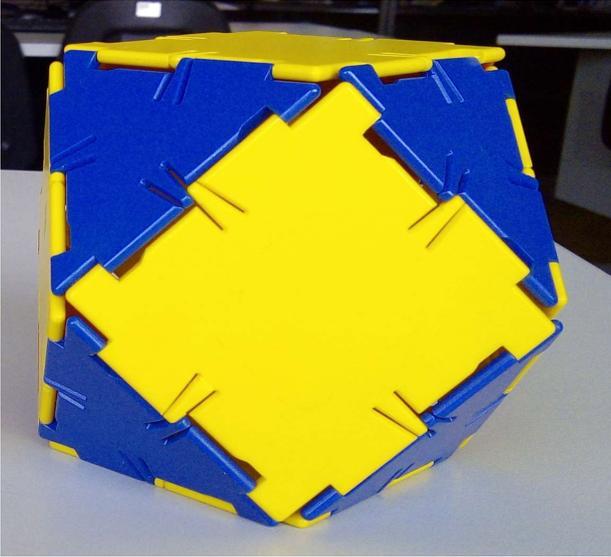
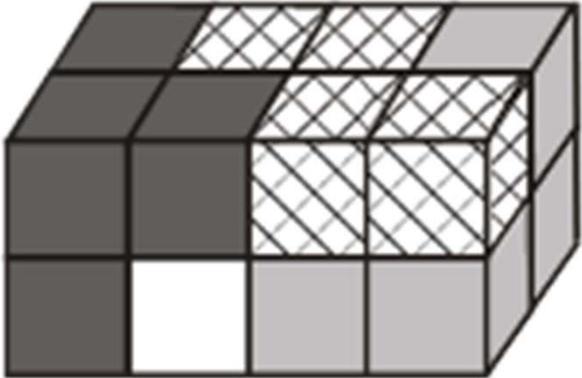
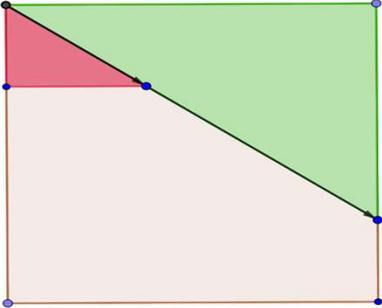


Figura - Competências geométricas (adaptado de Kuzniak, A., et al., 2018)
Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME)



PROBLEMAS

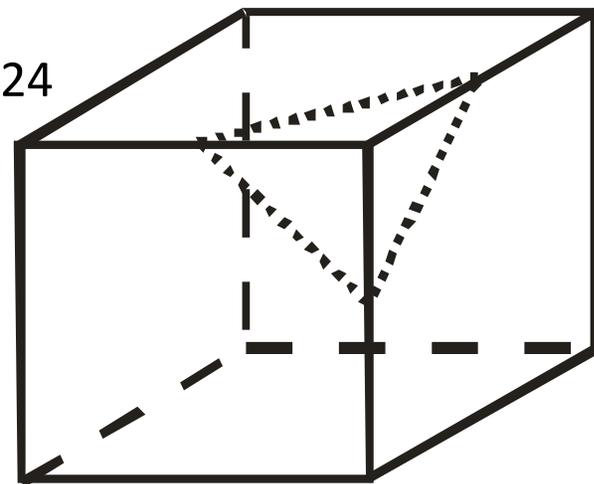


Problema 1: Cortam-se todas as esquinas de um cubo de 2 cm de lado como se indica na figura, a uma distância de 1 cm de cada vértice e sobre cada aresta. Quantos vértices tem o sólido obtido?

1.1.

- a) 6 b) 8 c) 12 d) 18 e) 24

1.2. Justifique a sua resposta.



Solução esperada

c) 12

O corte é feito pelo ponto médio das arestas, o novo sólido terá tantos vértices quantas as arestas do cubo. Como o cubo tem 12 arestas, o novo sólido (cuboctaedro) terá 12 vértices.

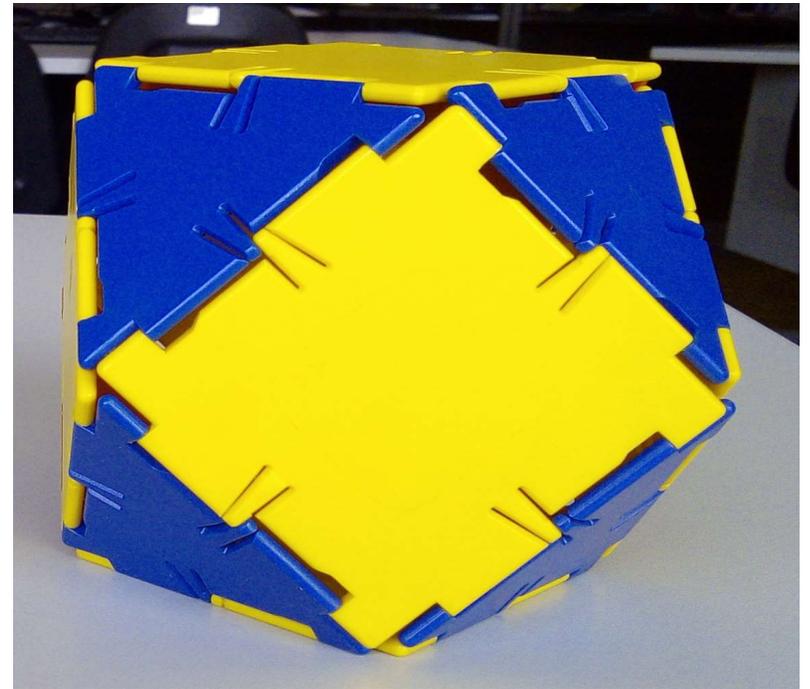


Figura – Modelo do cubo truncado em Polydron

Estudo empírico (algumas notas)

Elevada percentagem de respostas erradas.

OPÇÃO e)

Não consideram que sendo o corte realizado no ponto médio da aresta terão que excluir os pontos coincidentes.

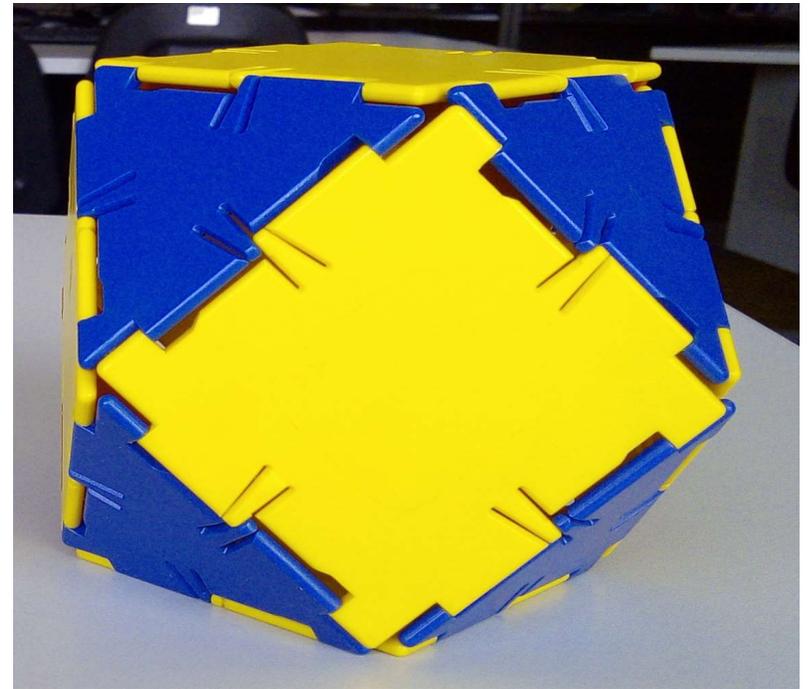


Figura – Modelo do cubo truncado em *Polydron*

Aplicação de um questionário (Problema 1, questão 1 do questionário – 24 participantes)

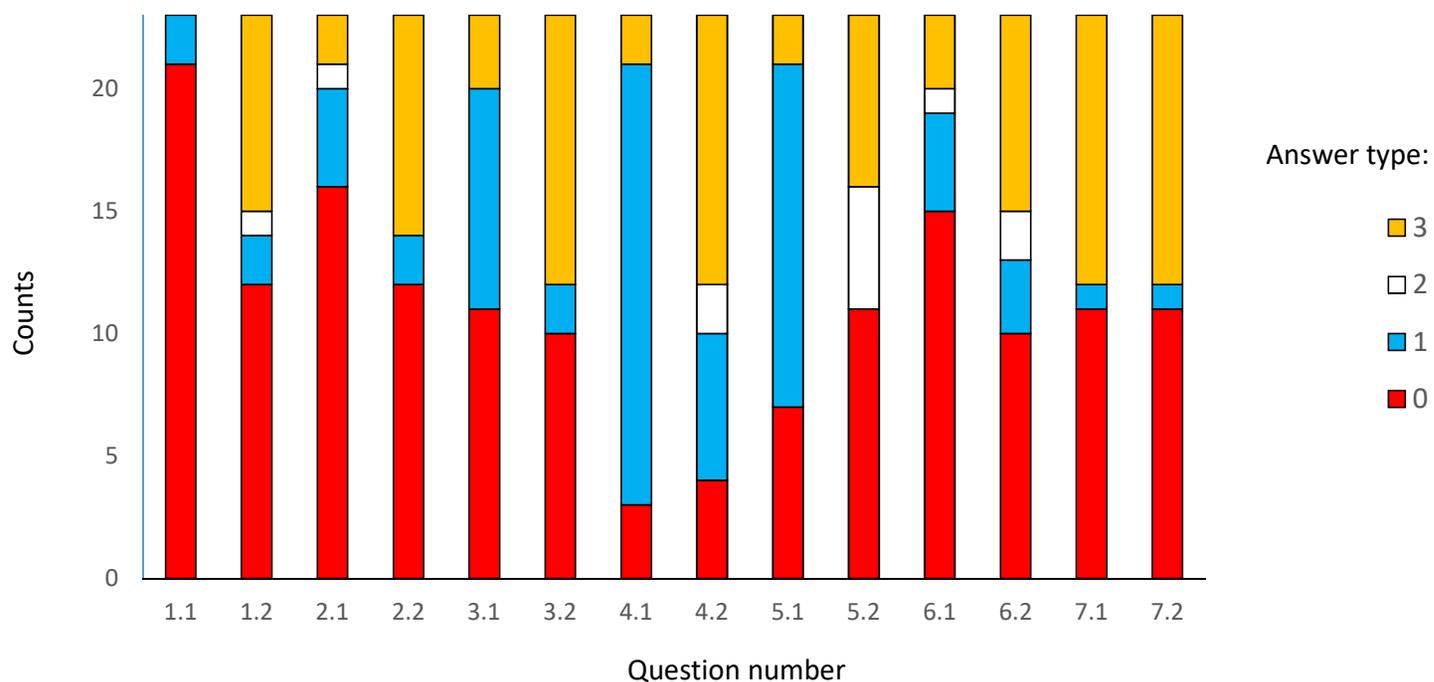


Figura - Resultados de aplicação de um questionário a 24 Professores

3 - Não apresenta resposta; 1 – Resposta correta; 0 – Resposta errada

Justificação – Códigos: 2- justificação correta; 1 – justificação parcialmente correta

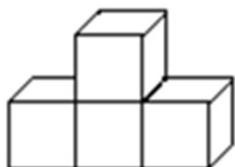
Problema 2: Forma-se um paralelepípedo retângulo usando 4 peças, cada uma delas formada por 4 cubos (ver a figura da direita). Três das peças vêm-se por completo; a branca só parcialmente. Qual das 5 peças seguintes é a branca?



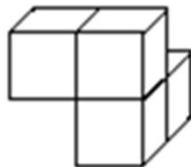
(A)



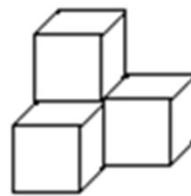
(B)



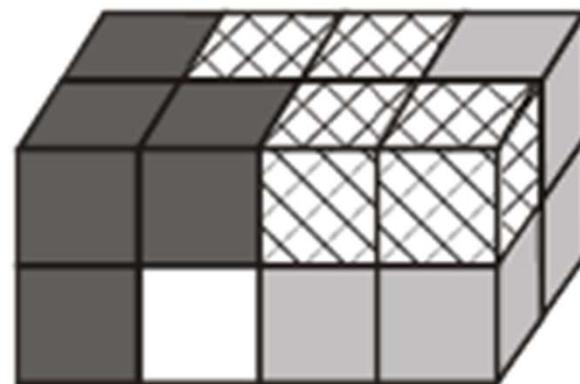
(C)



(D)



(E)



Justifique a sua resposta.

Solução esperada

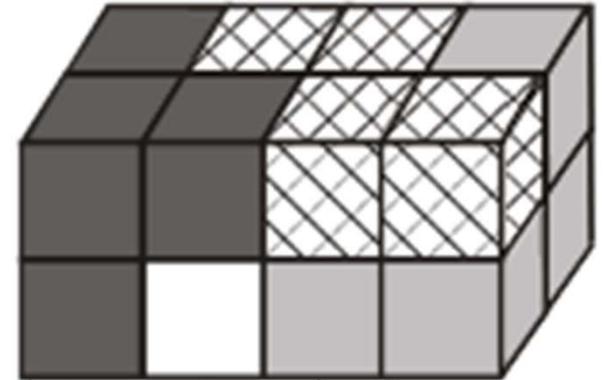
1- Observar o paralelepípedo, os cubos pequenos que o formam.

2- Observar que a parte superior do retângulo está completamente coberta por peças coloridas e uma delas é tracejada.

3- Observar os cubos que vemos na parte inferior – primeira camada (4 em frente e o da esquina traseira direita). Só um deles (dos que estão em frente) é branco.

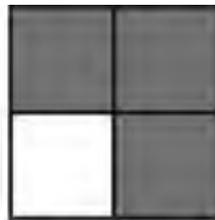
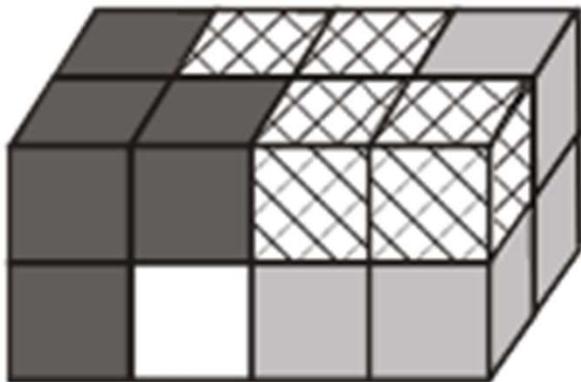
4- “Visualizar mentalmente” os cubos que não são visíveis na figura.

5- Girar 90º a figura da alínea c derrubando-o para frente. Mova-o para caber no paralelepípedo, para comprovar (mentalmente) que é a solução.

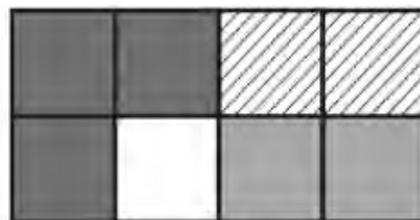


Elevada percentagem de respostas erradas. OPÇÃO (E)

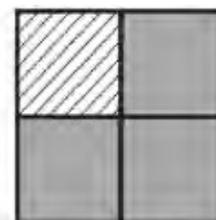
Decomposição por projeção ortogonal



Vista lateral esquerda



Vista frontal

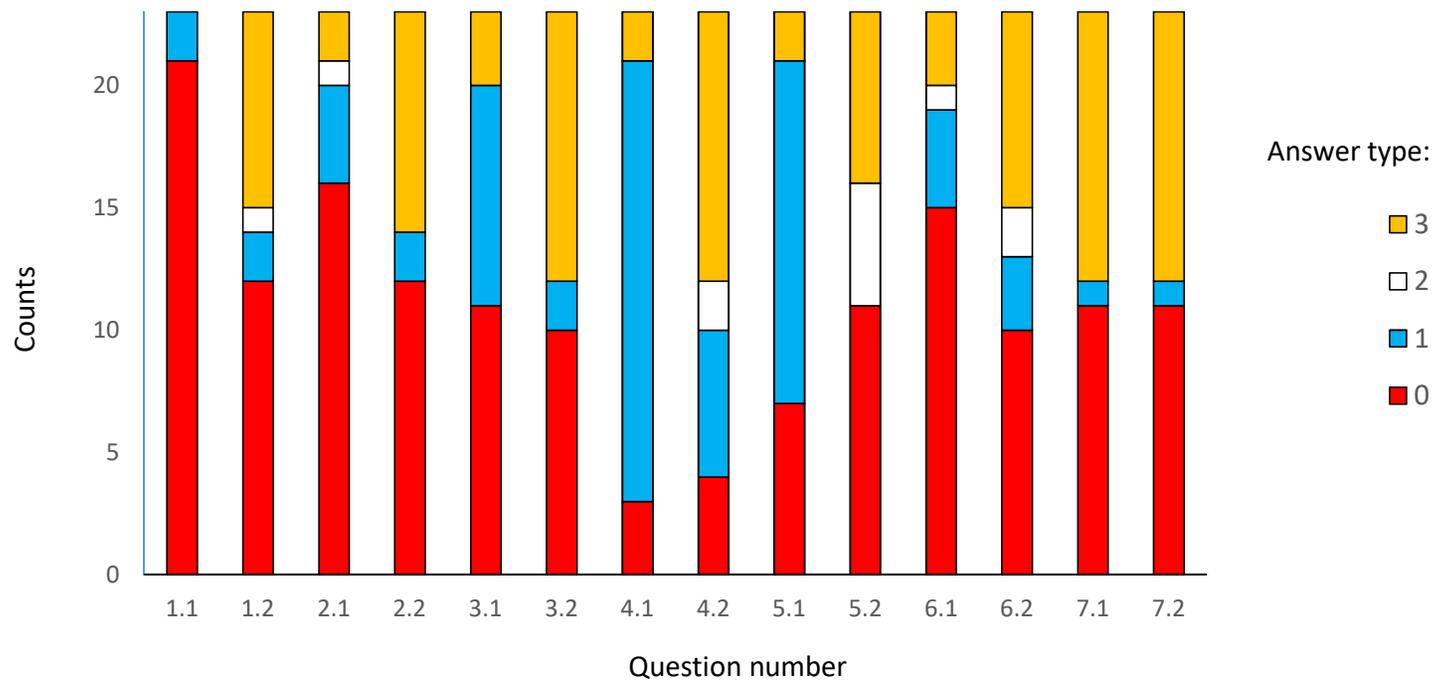


Vista lateral direita



Vista superior

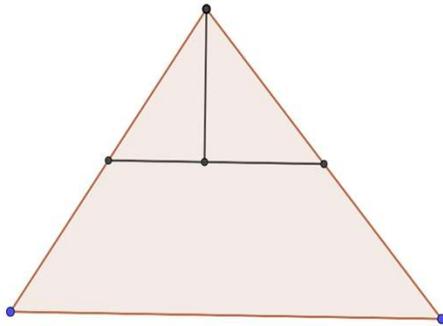
Resultados de aplicação de um questionário (Problema 2, questão 3 do questionário)



3 - Não apresenta resposta; 1 – Resposta correta; 0 – Resposta errada
Justificação – Códigos: 2- justificação correta; 1 – justificação parcialmente correta

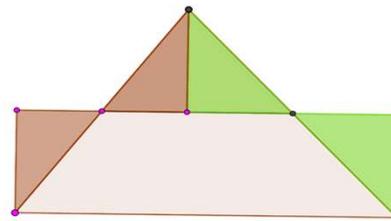
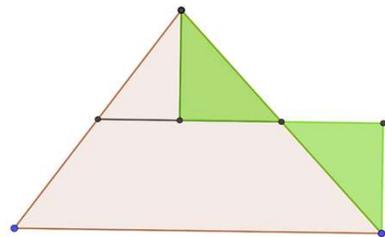
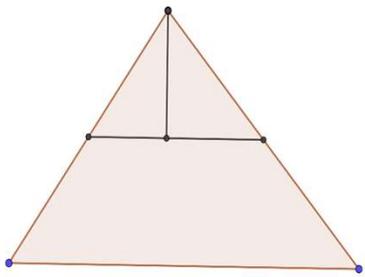
Problema 3: Decomposição de polígonos

a) Decompor o triângulo num retângulo com a mesma área.



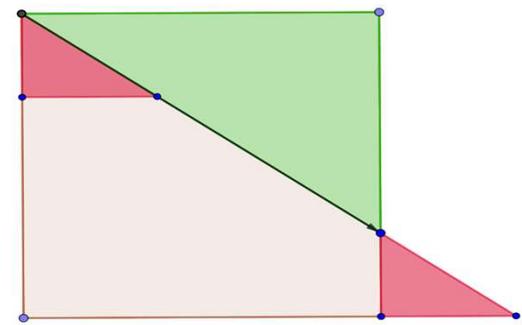
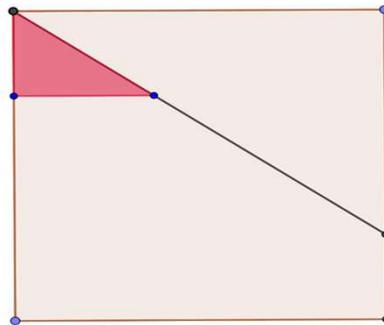
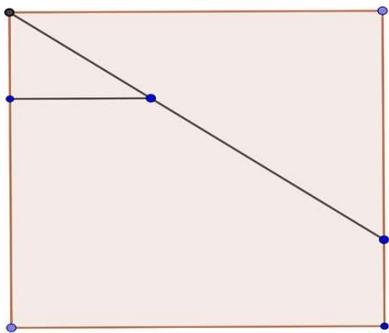
Solução

Decompor o triângulo num retângulo com a mesma área.

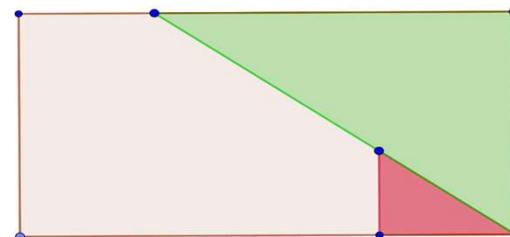
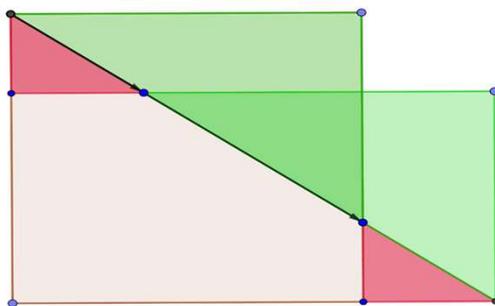
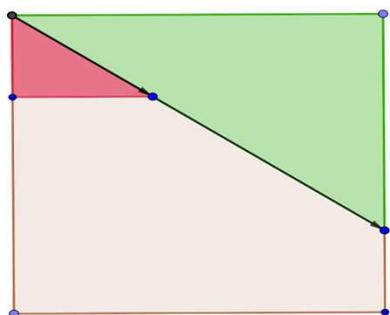


Problema 3: Decomposição de polígonos

b) Decompor um retângulo noutro retângulo

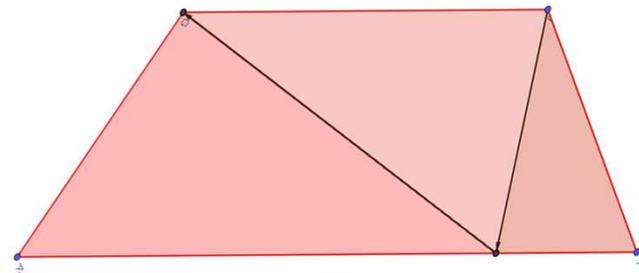
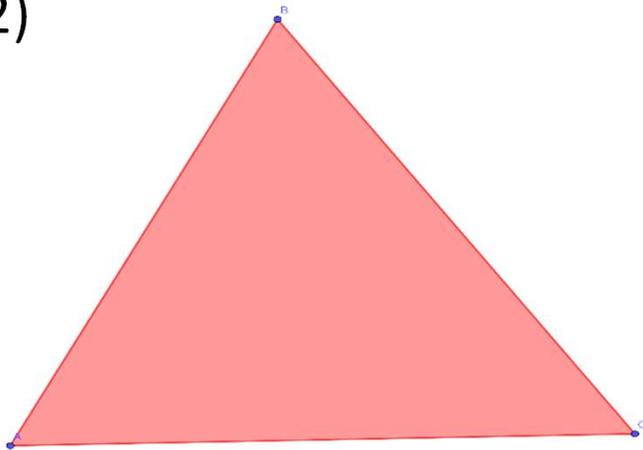


Decompor um retângulo noutro retângulo

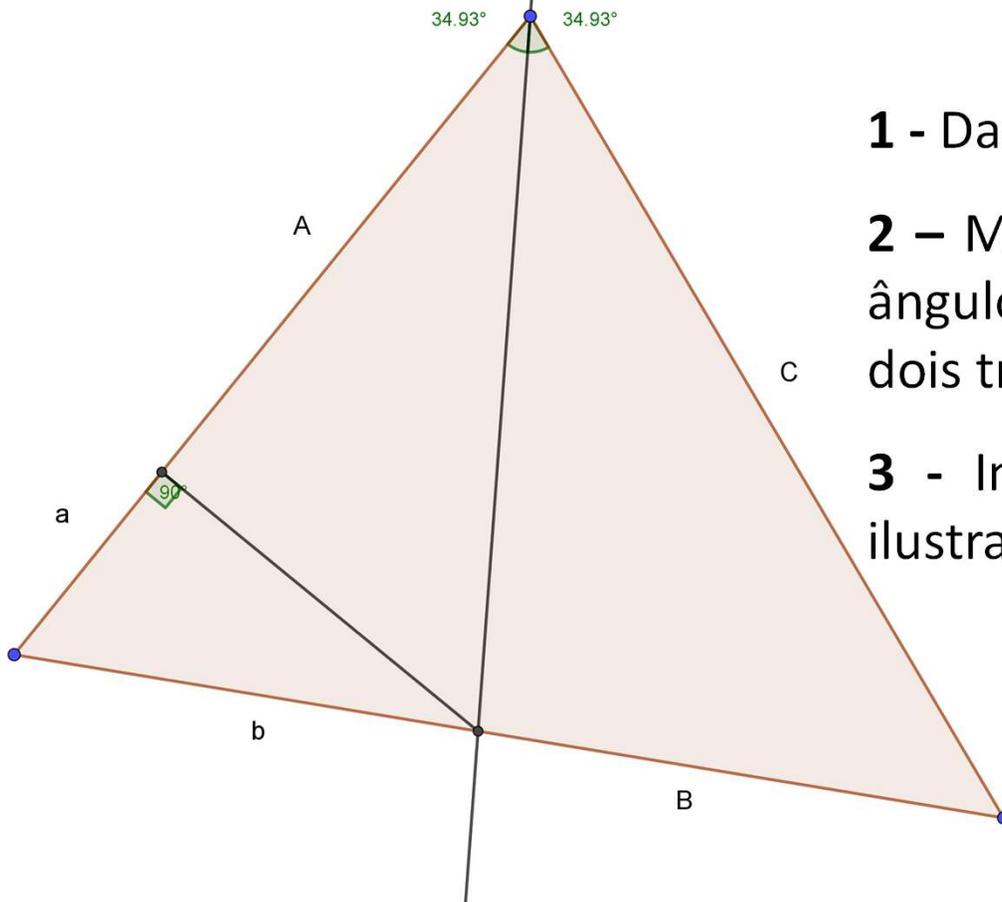


Problema 3: Decomposição de polígonos - Recurso ao GeoGebra e/ou construção em papel

c) Decomposição de um triângulo num trapézio com a mesma área e o mesmo perímetro – figuras isoparamétricas (adaptado de Apostol, T., & Mnatsakanian, M. 2012)



Solução esperada + Procedimentos

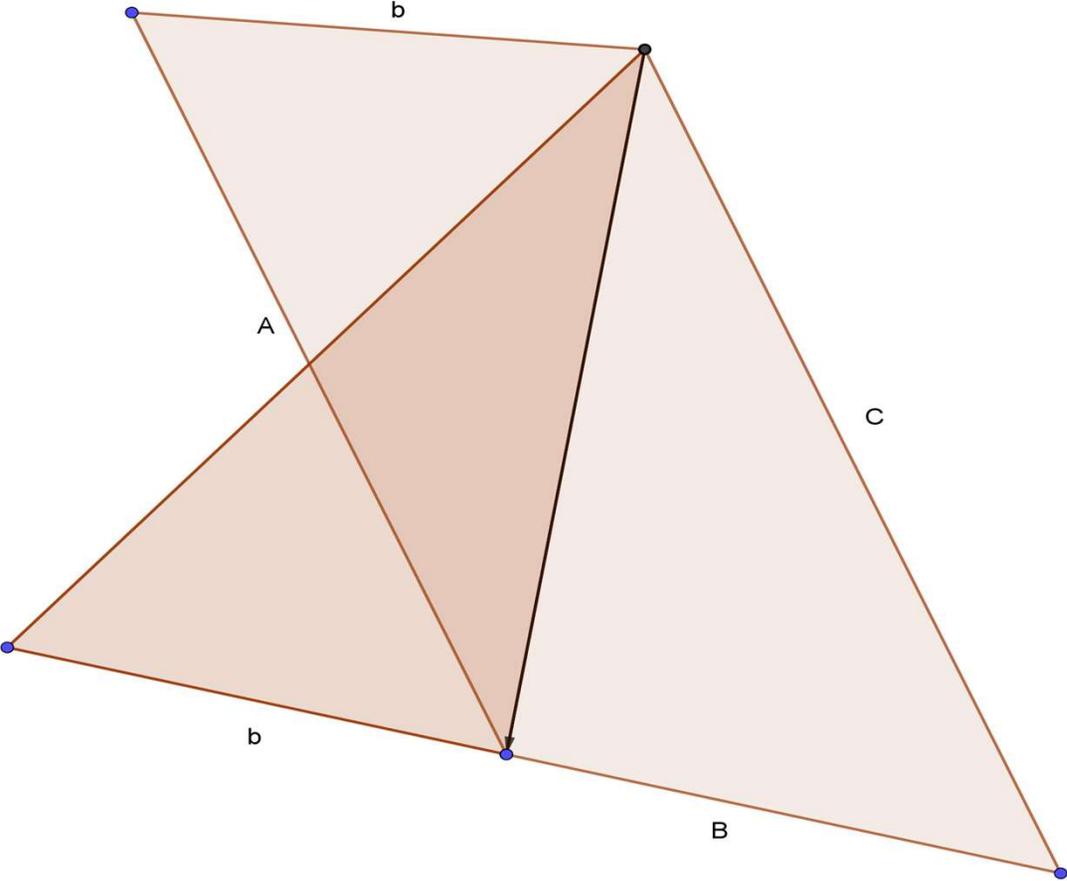


1 - Dado um triângulo qualquer:

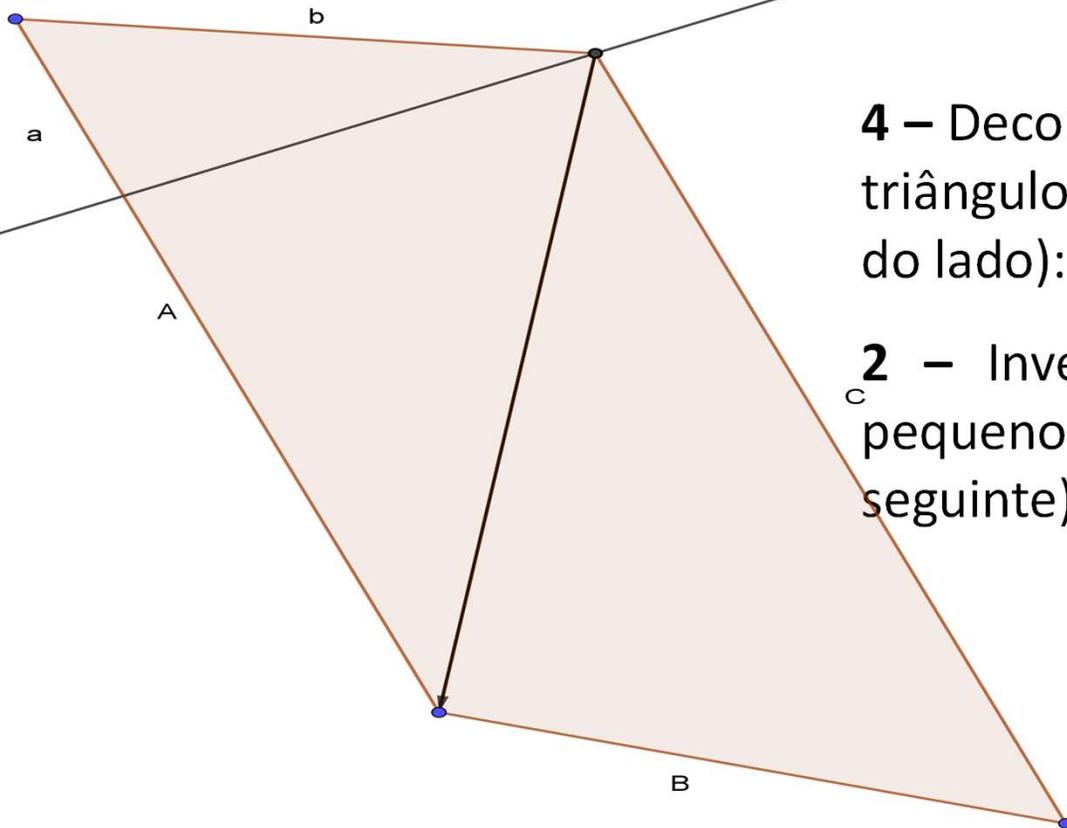
2 - Marca-se o ângulo bissetor de um dos ângulos internos do triângulo e obtém-se dois triângulos;

3 - Inverter um desses triângulos (como ilustra a figura seguinte)

Solução esperada - Procedimentos



Solução esperada - Procedimentos



4 – Decompor o triângulo invertido em dois triângulos retângulos (como mostra a figura do lado):

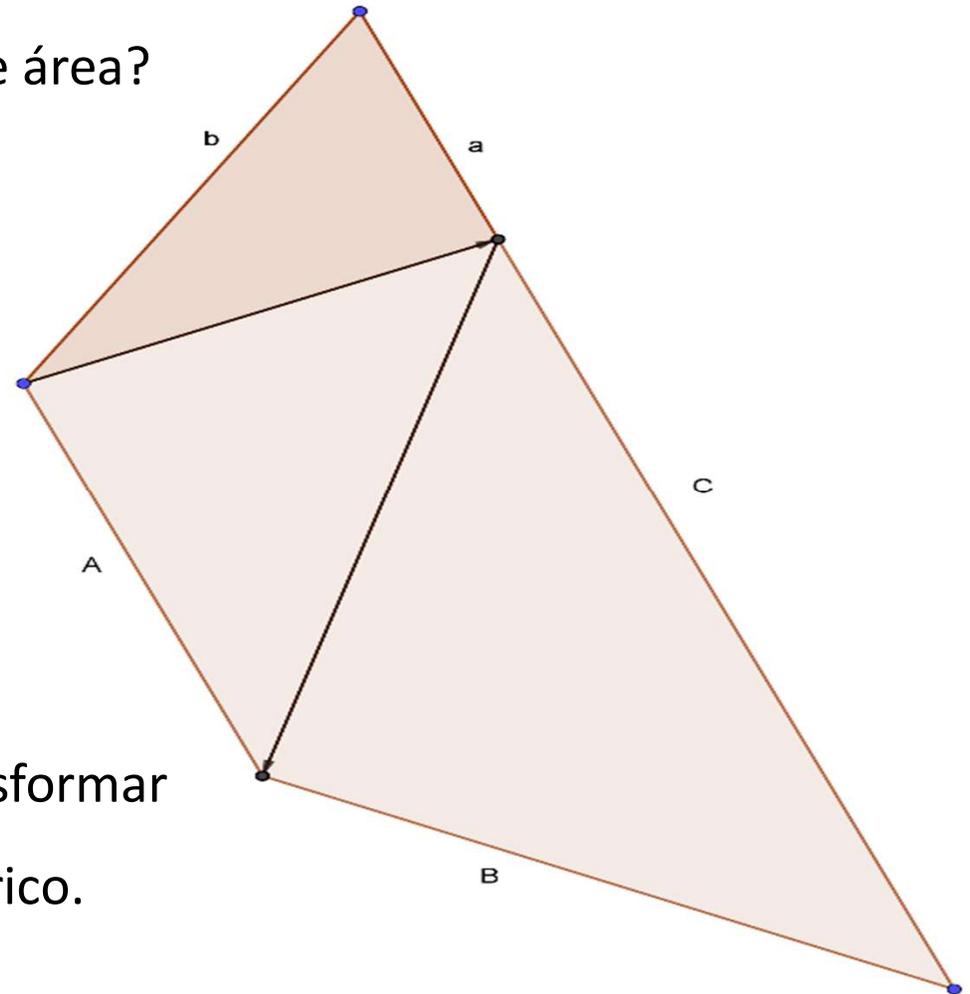
2 – Inverter o triângulo retângulo mais pequeno e obter um trapézio (ver figura seguinte).

Problema: Decomposição de polígonos - Recurso ao GeoGebra

Os polígonos têm o mesmo perímetro e área?

A verificação poderá ser realizada com recurso ao GeoGebra.

Observação: A construção em papel ajudou a identificar as transformações geométricas a realizar no GeoGebra para resolver o problema, ou seja, transformar um triângulo num trapézio isoparamétrico.



Abordagem visual na resolução de problemas geométricos

Recurso a ambientes de Realidade Aumentada (RA)

EXEMPLO

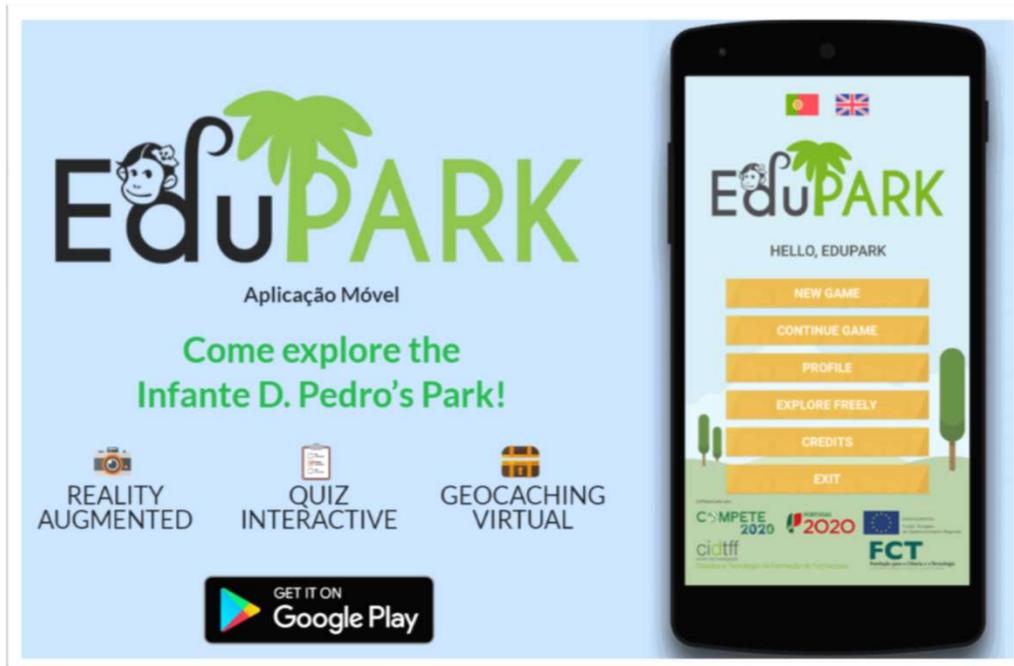
EduPARK e Formação Inicial de Futuros Profissionais em Educação uma relação de simbiose

<http://edupark.web.ua.pt/>



O que é o EduPARK?

O EduPARK é um projeto de investigação e desenvolvimento, com início em junho de 2016, cujo laboratório educativo é o Parque Infante D. Pedro.



- App interativa com guiões/jogos educativos, articulados com o Currículo Nacional, para alunos e professores, desde o Ensino Básico ao Superior e turistas
- Valorizar os espaços verdes, a história e a botânica do Parque
- Apelar à preservação do património dos parques citadinos e às atitudes de conservação ambiental e estilos de vida sustentáveis
- Personagem que guia o jogo e dá feedback educativo: a macaca do EduPARK



Recurso a ambientes de **Realidade Aumentada (RA)**

Conceito de RA define-se como uma tecnologia que permite a sobreposição, composição e visualização de objetos virtuais em ambientes do mundo real, em tempo real.

Marcador RA: depósito

Instruções: Dirijam-se até ao Depósito de Água ou Torreão e apontem a câmara à placa "**Mãe de Água**".

Questão: Escolha Múltipla

Pergunta: Em que sólidos distintos pode ser decomposto o Torreão? (selecione todas as que se aplicam)

Opções:

cilindro

prisma octagonal

semiesfera

esfera

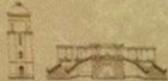


0

Feedback positivo: Conhecem bem os sólidos geométricos! O Torreão pode ser decomposto em prisma octagonal, cilindro e semiesfera.

Feedback negativo: Ora bolas! Cliquem em RA e apontem de novo a câmara à placa "Mãe de Água". O Torreão pode ser decomposto em prisma octagonal, cilindro e semiesfera.




**MÃE DE ÁGUA
(DEPÓSITO DE ÁGUA)
WATER DEPOSIT**
CONSTRUÇÃO: 1961
RUA DO VIZO

O Depósito de Água construído como "Mão-de-Água" é um dos edifícios mais importantes da arquitetura portuguesa moderna. Foi projetado por Álvaro Siza e construído em 1961, sob a direção de Luís de Sousa e Silva. O edifício é um exemplo de arquitetura moderna que se integra harmoniosamente com o ambiente natural. A sua forma, inspirada na "mão-de-água", é uma referência à natureza e à água. O edifício é um exemplo de arquitetura moderna que se integra harmoniosamente com o ambiente natural. A sua forma, inspirada na "mão-de-água", é uma referência à natureza e à água.

The Water Deposit is one of the most important buildings in the history of Portuguese modern architecture. It was designed by Álvaro Siza and built in 1961, under the direction of Luís de Sousa e Silva. The building is an example of modern architecture that integrates harmoniously with the natural environment. Its form, inspired by the "water hand", is a reference to nature and water. The building is an example of modern architecture that integrates harmoniously with the natural environment. Its form, inspired by the "water hand", is a reference to nature and water.

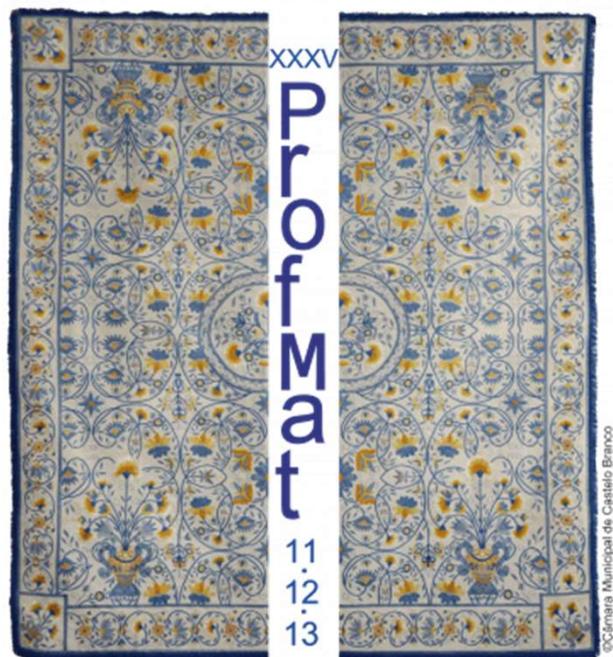
AVERO
CLIMAX
IMMOBILIÁRIOS



Referências Bibliográficas

- Apostol, T., & Mnatsakanian, M. (2012). *New Horizons in Geometry*. Mathematical Association of America. doi:10.5948/9781614442103
- Gonzato, M., Godino, J. D. & Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23, (3), 5-37.
- Kuzniak, A., Richard, P. R. & Michael, P. (2018). FROM GEOMETRICAL THINKING TO GEOMETRICAL WORKING COMPETENCIES. In Dreyfus, Artigue, Potari, Prediger, Kenneth (Eds.), *DEVELOPING RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION - Twenty Years of Communication, Cooperation and Collaboration in Europe* (pp. 01- 20). London, England: Routledge.
- Parzysz, B. & Jore, F. (2002): What is geometry for French pre-service elementary schoolteachers ?, in *Proceedings of the 26th PME Conference I*: 218.
- 2

Encontro Nacional de Professores de Matemática



XXXV **SIEM** 10.11 julho Castelo Branco 2019
Seminário de Investigação em Educação Matemática Escola Secundária Amato Lusitano

Associação de Professores de Matemática  APM

Obrigada pela vossa atenção |

Discussão...

Teresa Bixirão Neto
teresaneto@ua.pt