

# O que é a Matemática?

*Uma pergunta vaga à procura de boas respostas*

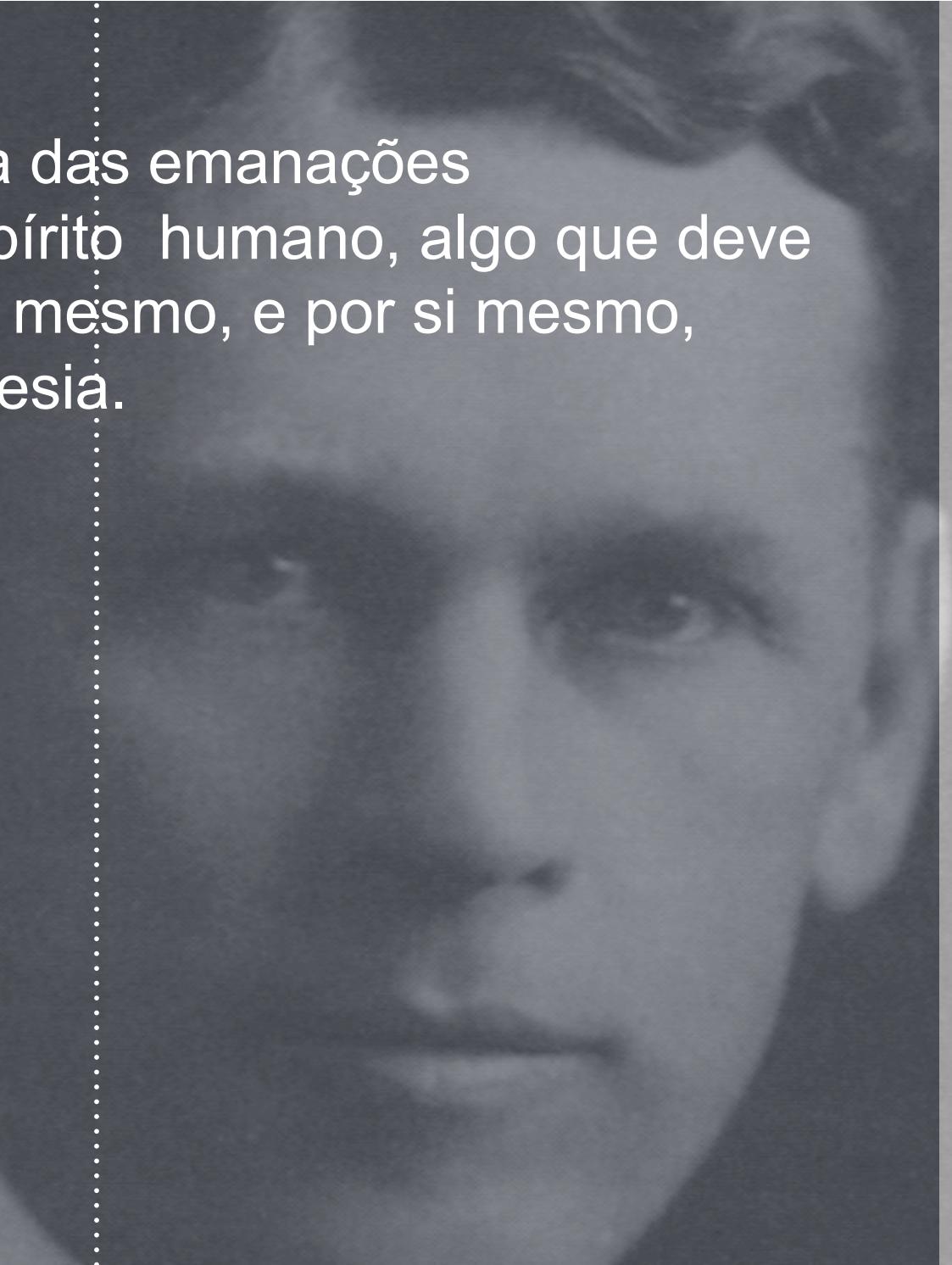
António M. Fernandes



ProfMat 2019 • Castelo  
Branco

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Vale a pena ensinar  
Matemática?



A Matemática é uma das emanações fundamentais do espírito humano, algo que deve ser valorizado em si mesmo, e por si mesmo, como a arte ou a poesia.

—Oswald Veblen

Existe uma boa definição  
de *Matemática*?

Estabelecer todas as *relações matemáticas* verdadeiras entre os *objectos* do *universo matemático*.

**C**herardus radoli Augmentis impresso. Scenilium  
alme studio venuit Principi Joanni Decoccio.

Solebam antea serenissime principo mecum ipse cogitare admirari  
quid causae esset in hac tua prepotentia faula verbis cum varia an-  
tico et moderno manu facilius erat reliquiam Antiquinam nobis ultra  
bonum aut parva quedam ex fructu in ranta impensis copia qui  
in tua verba agunt videturum impella. Nec cum mecum festina dilata  
terem inveniebam difficultate operis accidere. Non enim ad hoc  
quod pacto libenter geometriae studiis pergitur. sed quod in tua causa  
terram invenirem et in tua disciplina fere medius opinione posset  
exspiegantur. Itaq; cum hoc ipsum tantummodo omnini omnibus  
sulari que ex his precipitum obflaret mea industria non sine magno  
latore efficitur. ut capi facilius litterarum elementa impinguum  
etiam geometrice figure comprehendatur. Quamvis ergo ut ipso hoc  
nolle faciuntur deinceps sine fine esse possit. sed quod in tanta  
luminis et utilitate pollenti im pressis adducere ab illustribus  
collega acutissimis nulli studiorum iam omnibus becnoto est. Siquid  
etiam planum cognitum et certas fluentias sine matematice imper-  
fice eas accedit utrueas est. Neobis profectus plementi dulcedic-  
tus? Probatib; quod in tanta que in tua disciplina operis que h  
ne mea ratione ranone minima mediasi possunt. Quam suu illi  
Plato meru. veritatis arcu et alijs cretur cymna ad. Tunc  
domi lumini eo tempore mathematicis et ad epistolas faceretis  
encaugant. Quod si lineas bac vna faciliter vniuersit ratio no perficie  
componit. Nam vna linea non habet numerum. sed pars. et pars  
ad preferendum labore conatur. sed numerus et alterius pars  
tertia qui excolit celum ipsum et ut ille machinam confundit  
confidenter verum ipsius nature argumentum cogitandum  
fine arbitrius et geometria quarum altera numeros altera metras do  
cer ciuitate: comodius vniueri et polium? Sed quod ego ibi mo-  
ros qui tam omnia et vniuersalia quaeque dicam. Eu-  
doksus et ageruntur. ut dicitur. quod quaeque qui per  
geometrici rationes coniunguntur complexa est: quoniam ego sum  
mis et cura et diligentia nullo pretenderem libemate imprimendum cu-  
raui: sed tuo nomine tunus felixas prodeat.

**P**rocedimus liber elementorum. Secunda perip/

caculum in artem. Geometrie incipit quia post scilicet:

Uincit et cuius post non est. Et linea est

longitudo sine latitudine cum quidem ex-

transversa parte sit. Et linea recta re-

ctio. Et rectilinea est et latitudine et

longitudo. Et longitudo est lati-

tudine in secundum termum quidem lince.

Et quadrilaterum planum est ab una linea ada-

bit et rectilinea et transversa linea recta.

Et circulus est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

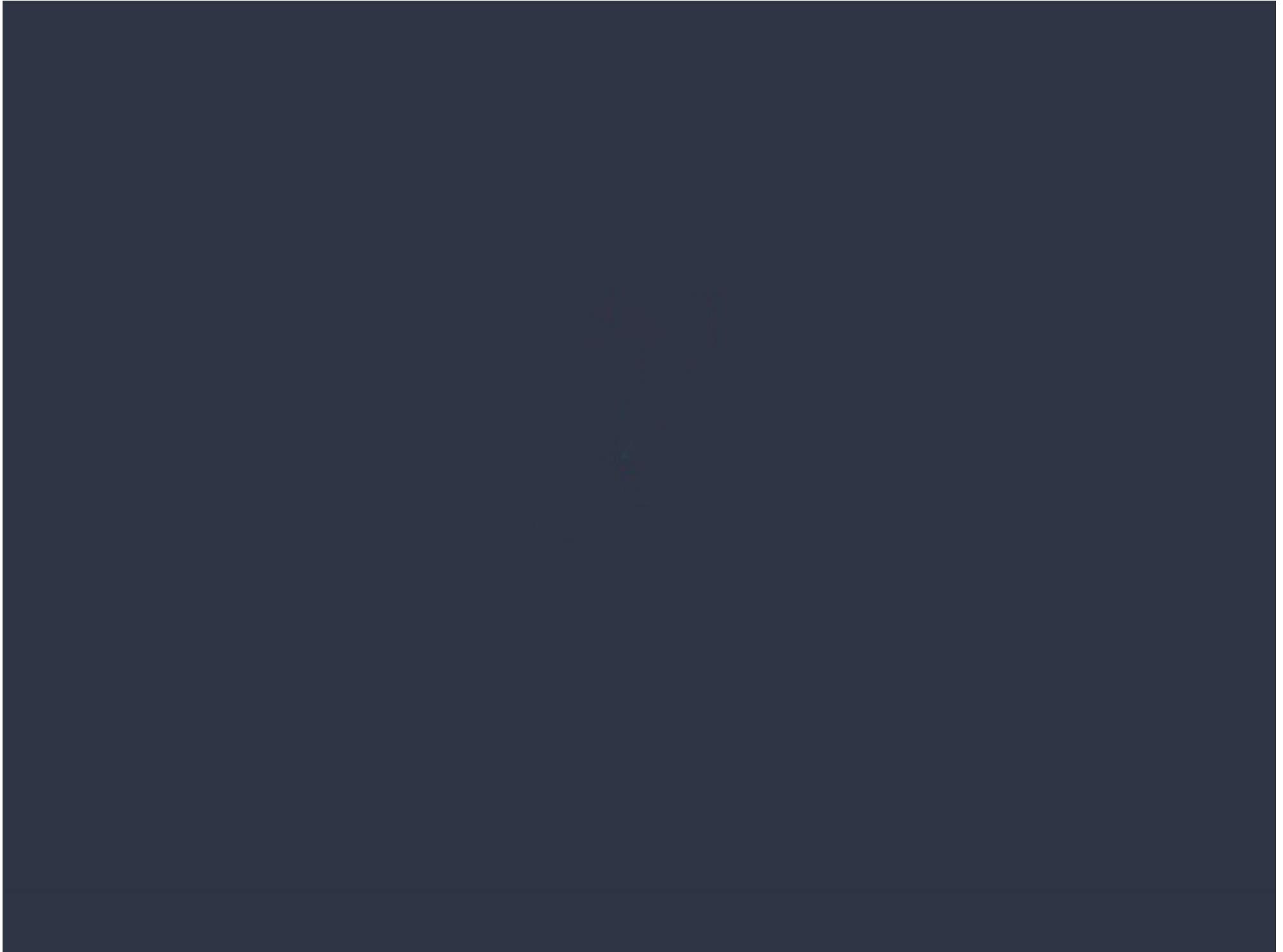
Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-

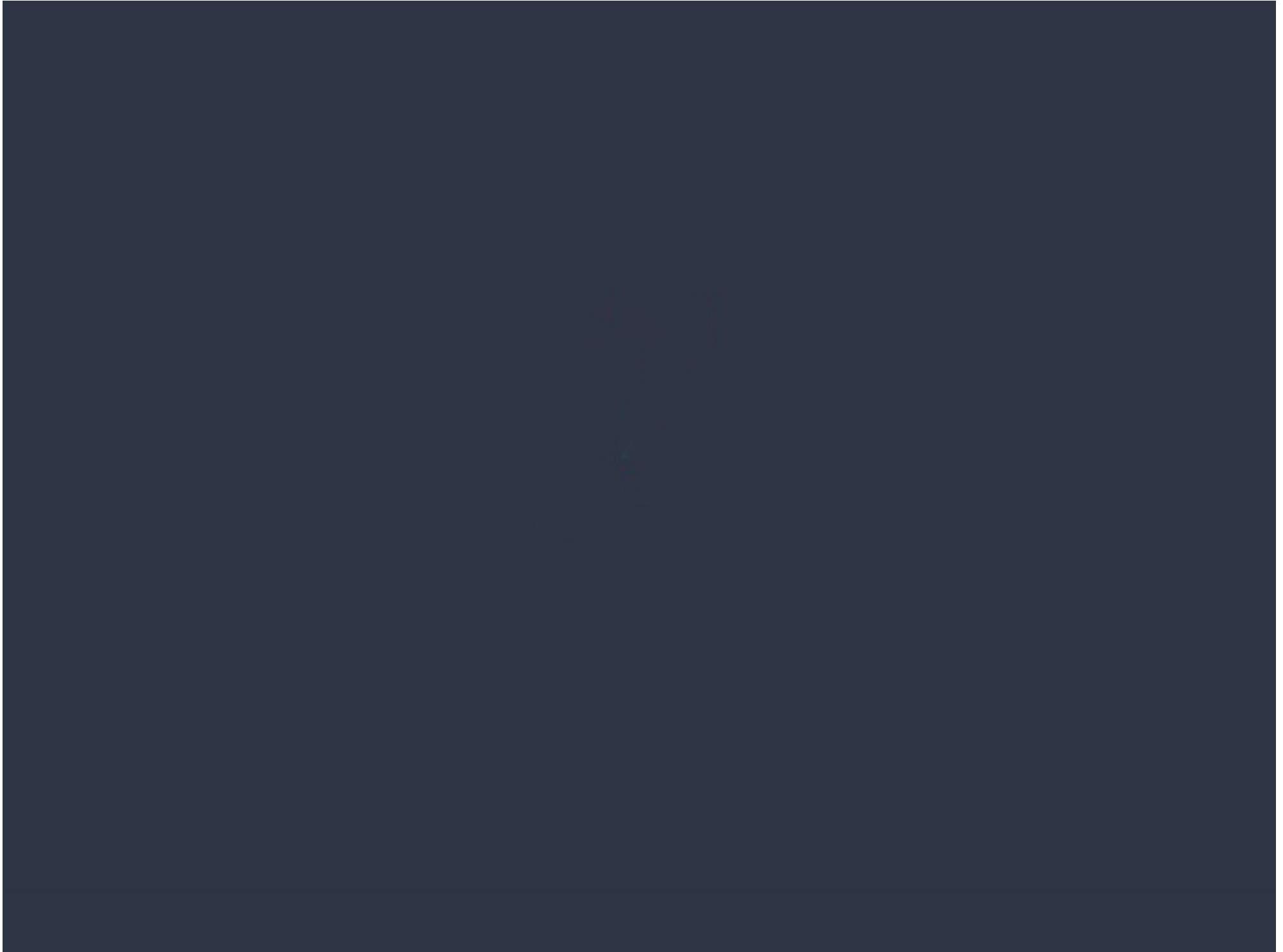
linea transversa et recta et longitudo.

Et quadrilaterum rectangulum est ab una linea ad-





Nikolai Lobachevsky (1792–1856)



# Circle Limit IV

Julho 1960



M. C. Escher

*Os habitantes deste universo  
pensam (legitimamente) que o seu  
universo é infinito e que a  
verdadeira  
geometria é hiperbólica.*



A Matemática  
ocupa-se de  
todos os  
mundos  
possíveis

David Malet Armstrong (1926–2014)

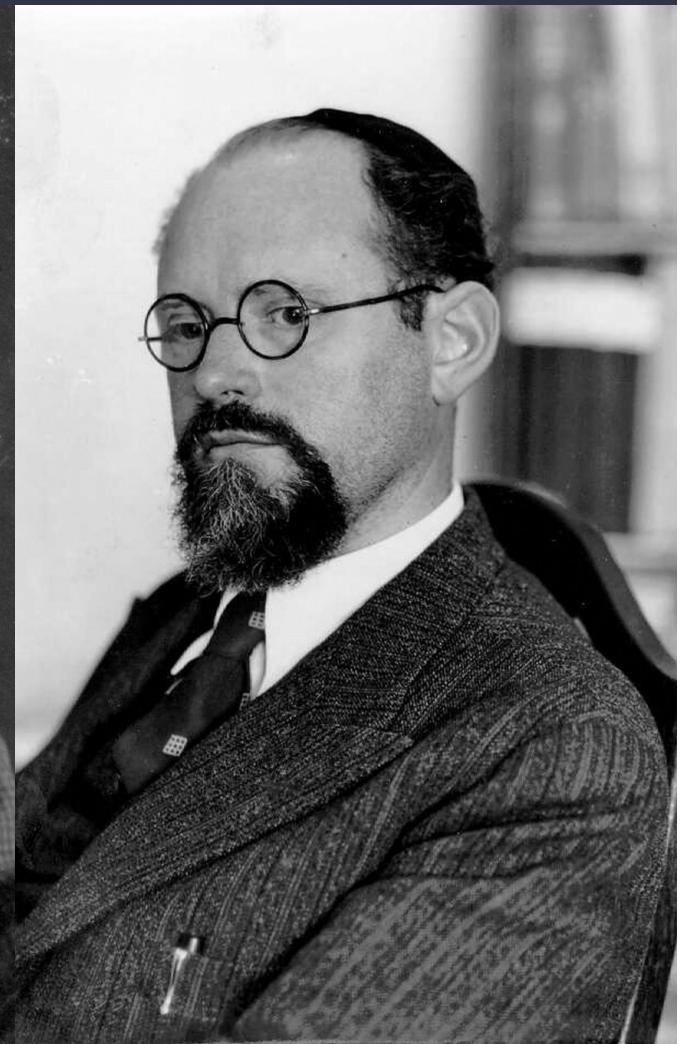
Georg Cantor (1845–1918)



Ernst Zermelo(1871–1953)

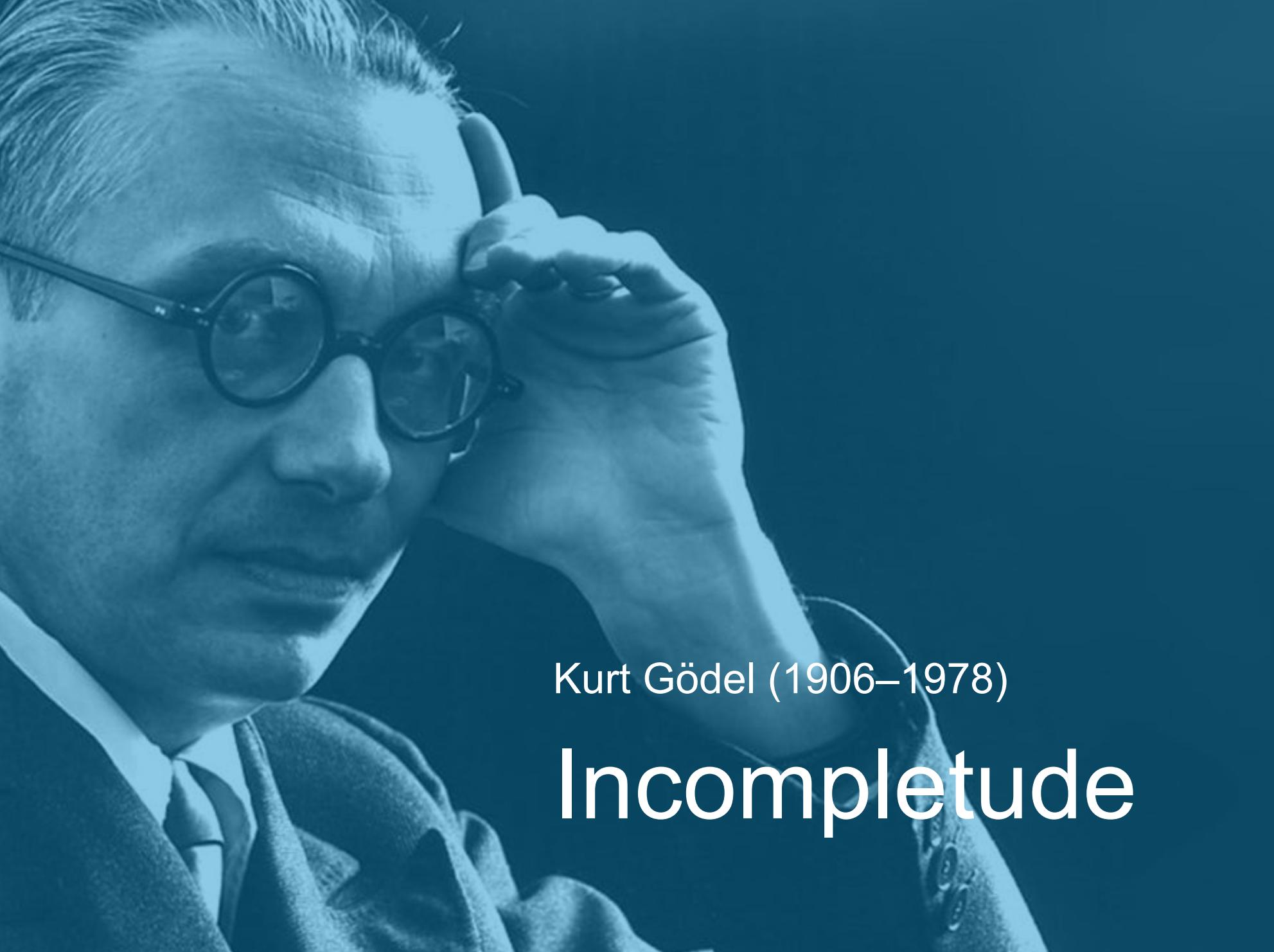


Abraham Fraenkel(1891–1965)



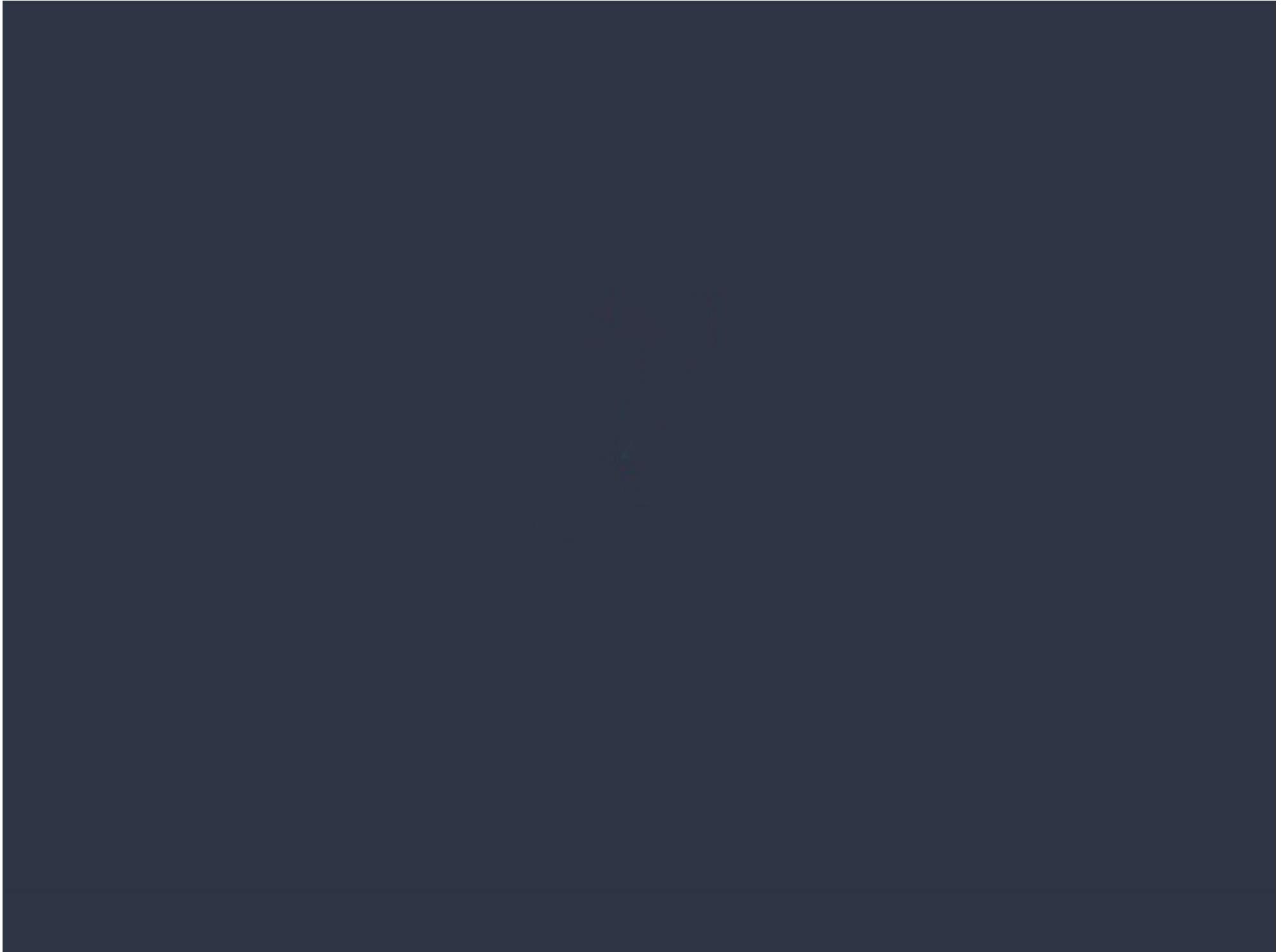
# Teoria de conjuntos

A Matemática consiste nos  
A Matemática actual pode ser  
resultados que podem ser  
inteiramente formalizada na  
demonstrados na  
teoria de conjuntos  
teoria de conjuntos

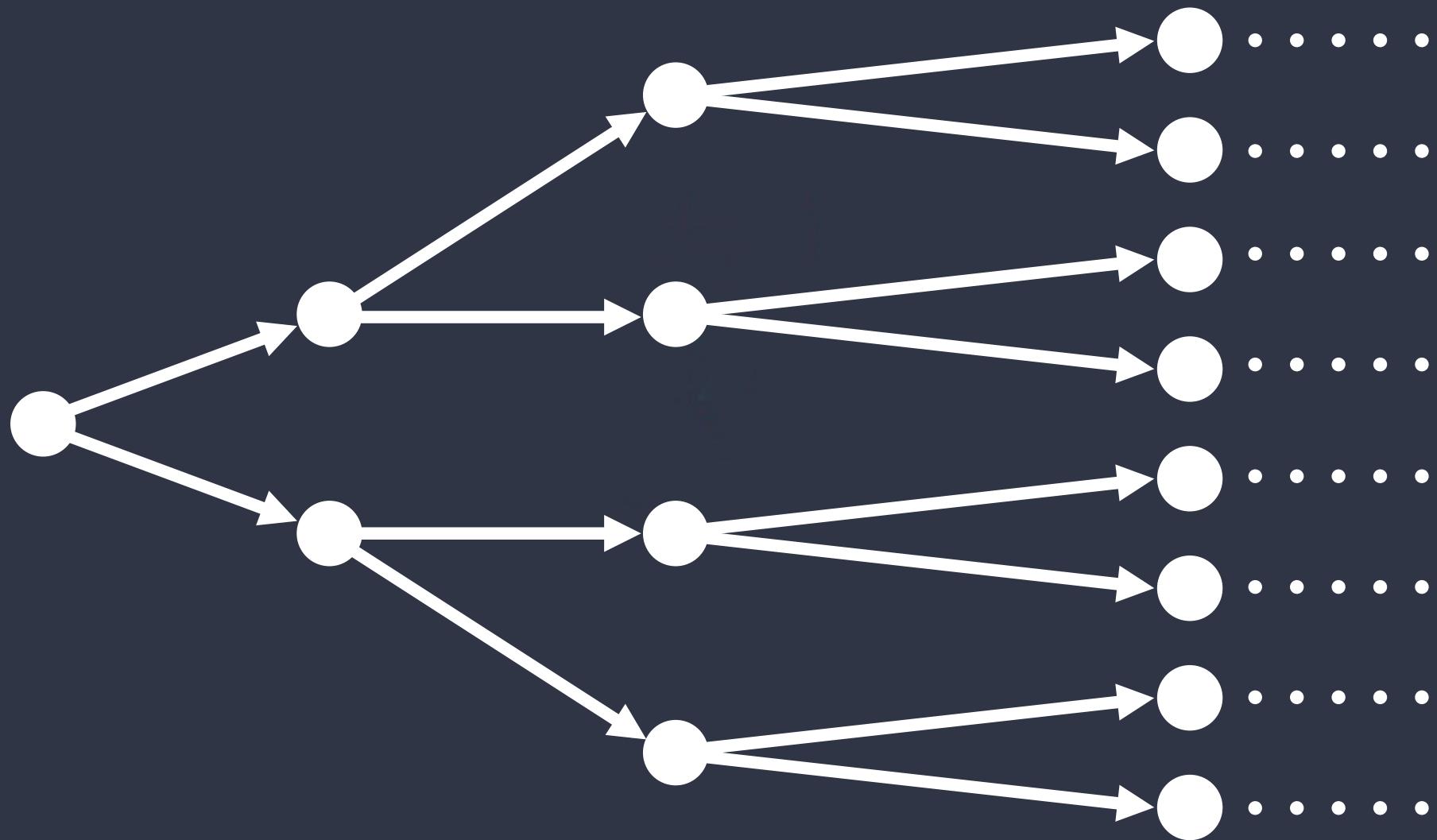


Kurt Gödel (1906–1978)

# Incompletude







# Vale a pena ensinar Matemática?

*Será possível responder sem partir  
de uma definição do termo  
Matemática?*

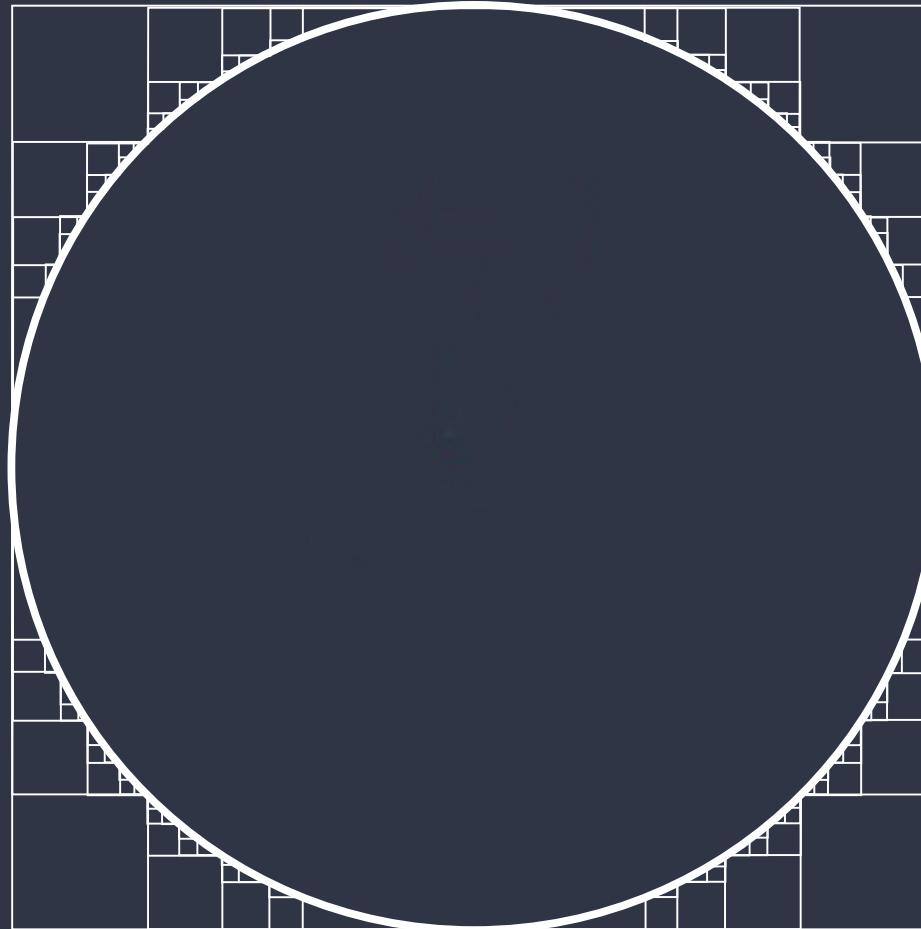


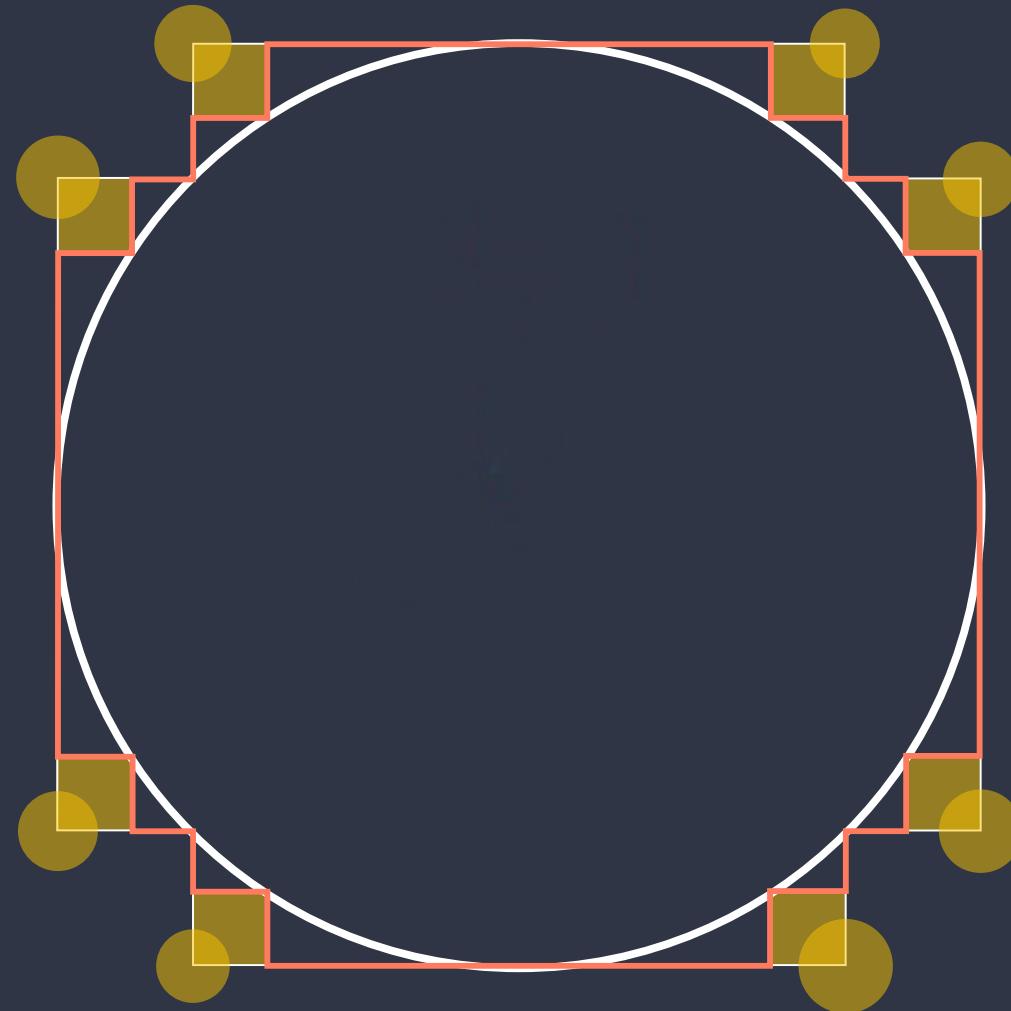
Demonstração

Linguagem formal

Lógica







# Demonstração

É a única forma de estabelecer factos em *domínios infinitos*, ao mesmo tempo que assegura a correcta *transmissão da verdade*.

Por falar em *verdade* . . .

# O tempo salvando a verdade da falsidade e da inveja

*François Lemoyne*, 1737. Coleção Wallace, Londres





O que é a verdade?

Nikolay Nikitich, c. 1890. Galeria Tretyakov, Moscovo

# A frase neste slide é falsa!

A frase é *verdadeira se e só se* é falsa  
Paradoxo!

Será que digo a verdade quando  
digo que minto?

Eubulides de Mileto (Séc. 4 a.C.)

Os cretenses mentem em  
todas as ocasiões!

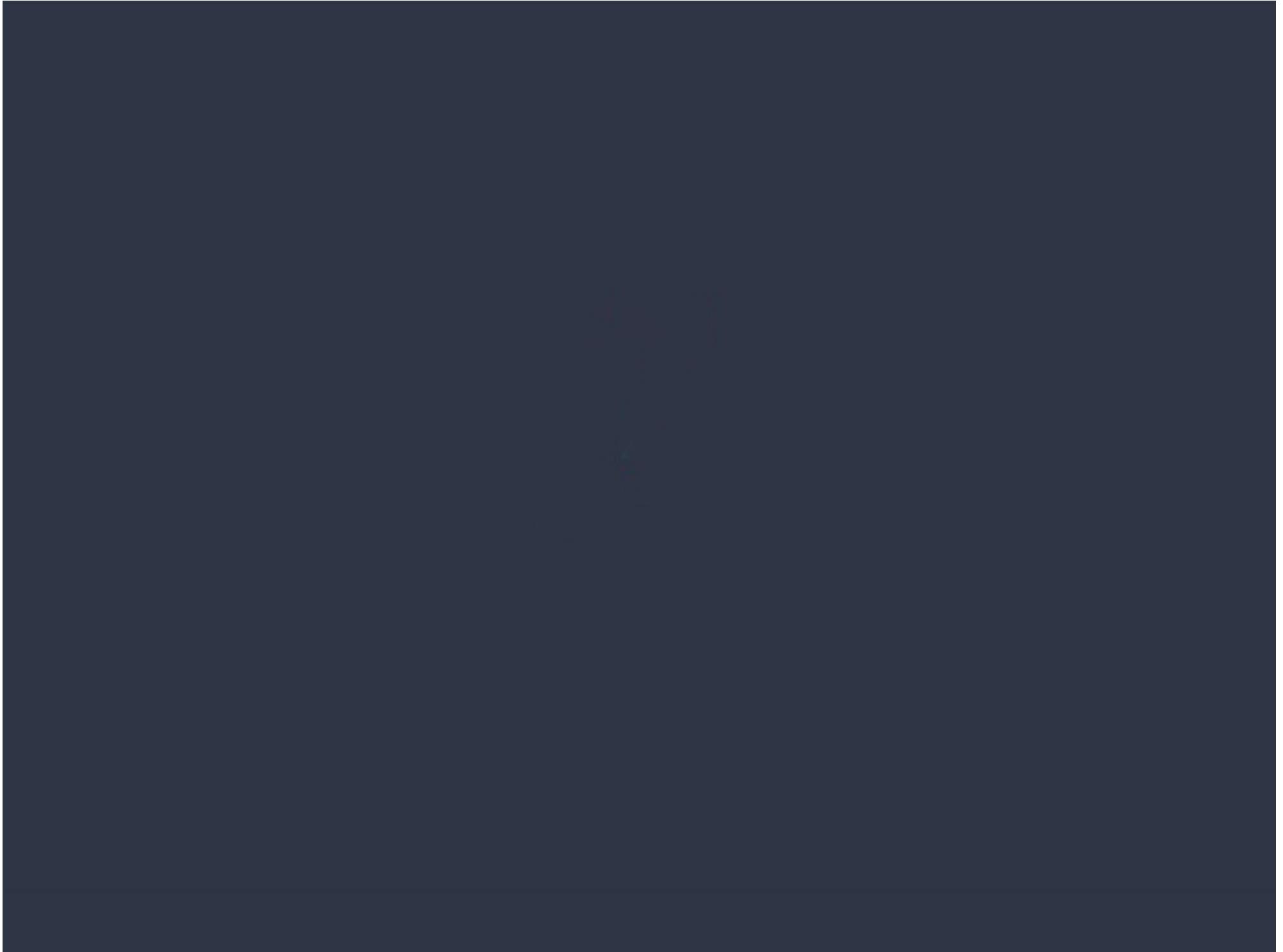
**Não existe aqui um paradoxo:** *a frase tem que ser falsa!*

Epiménides (Séc. 6 a.C.)

Como a frase é necessariamente falsa, segue-se que em alguma ocasião, algum cretense disse a verdade.

Um facto puramente empírico, pode assim ser decidido através de lógica pura.

— Alonzo Church (em 1946)

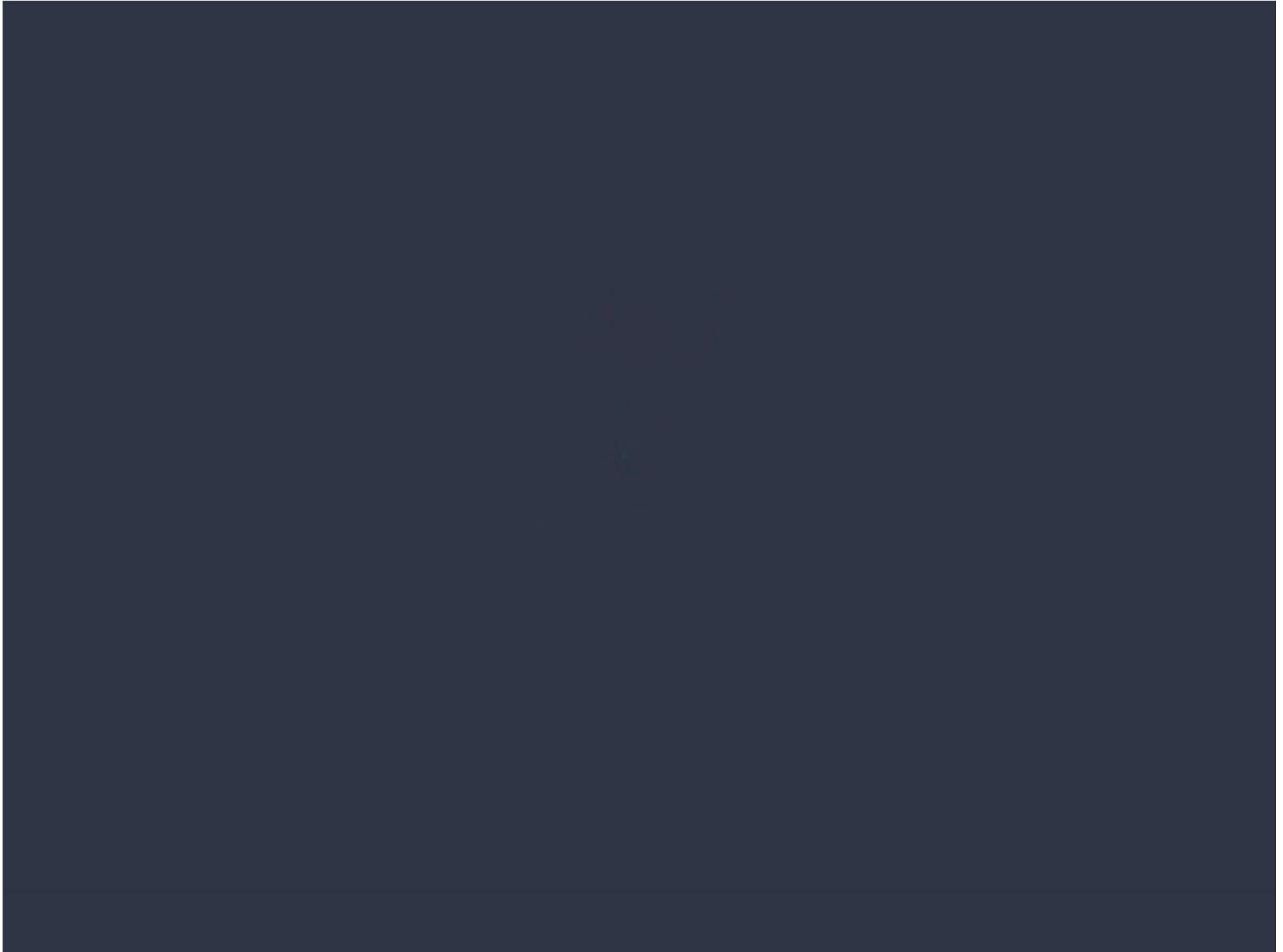


# Linguagem formal

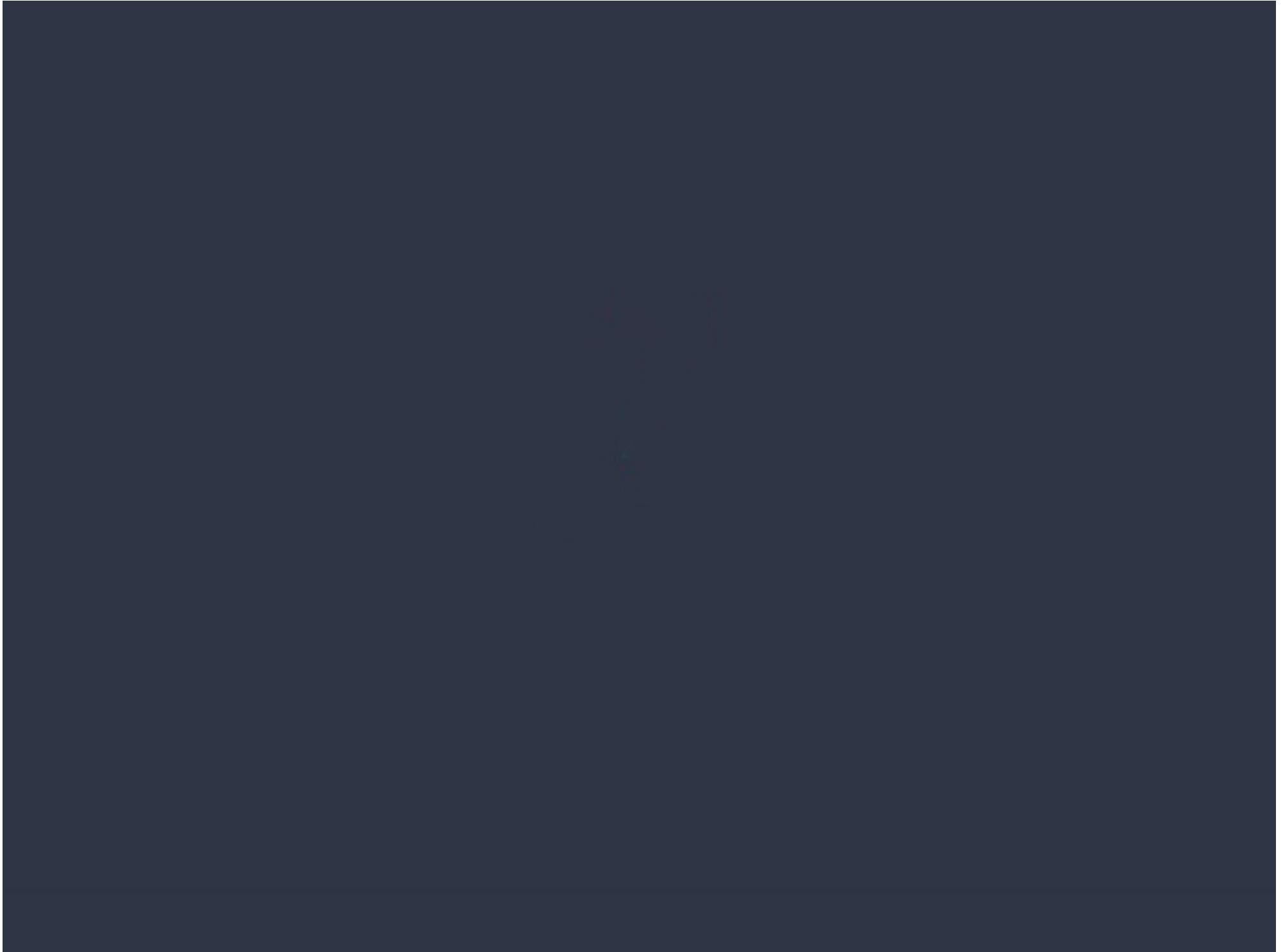
*Os paradoxos são evitados.  
A verdade é objectiva em Matemática.*

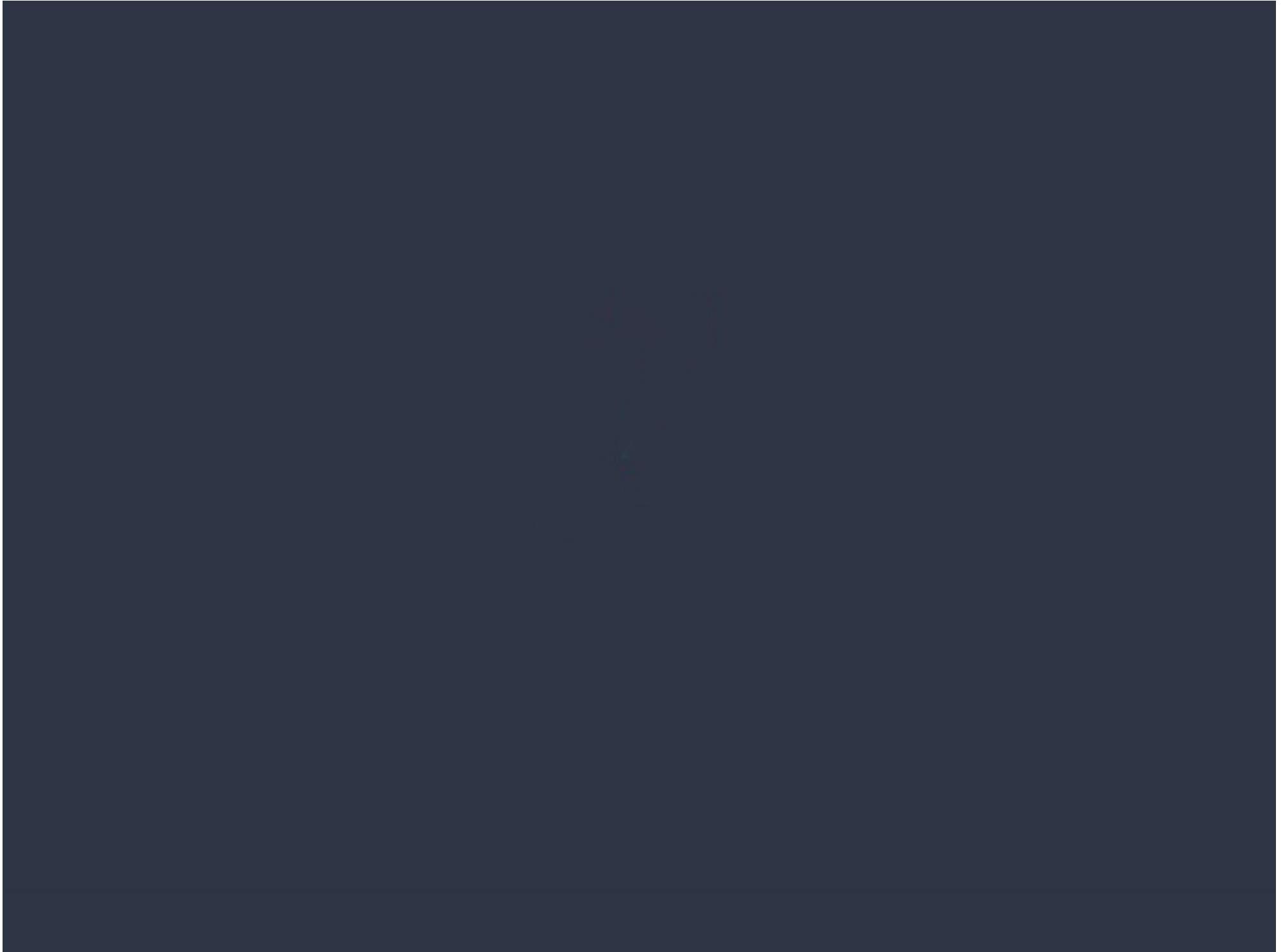
A Lógica Clássica adequa-se per

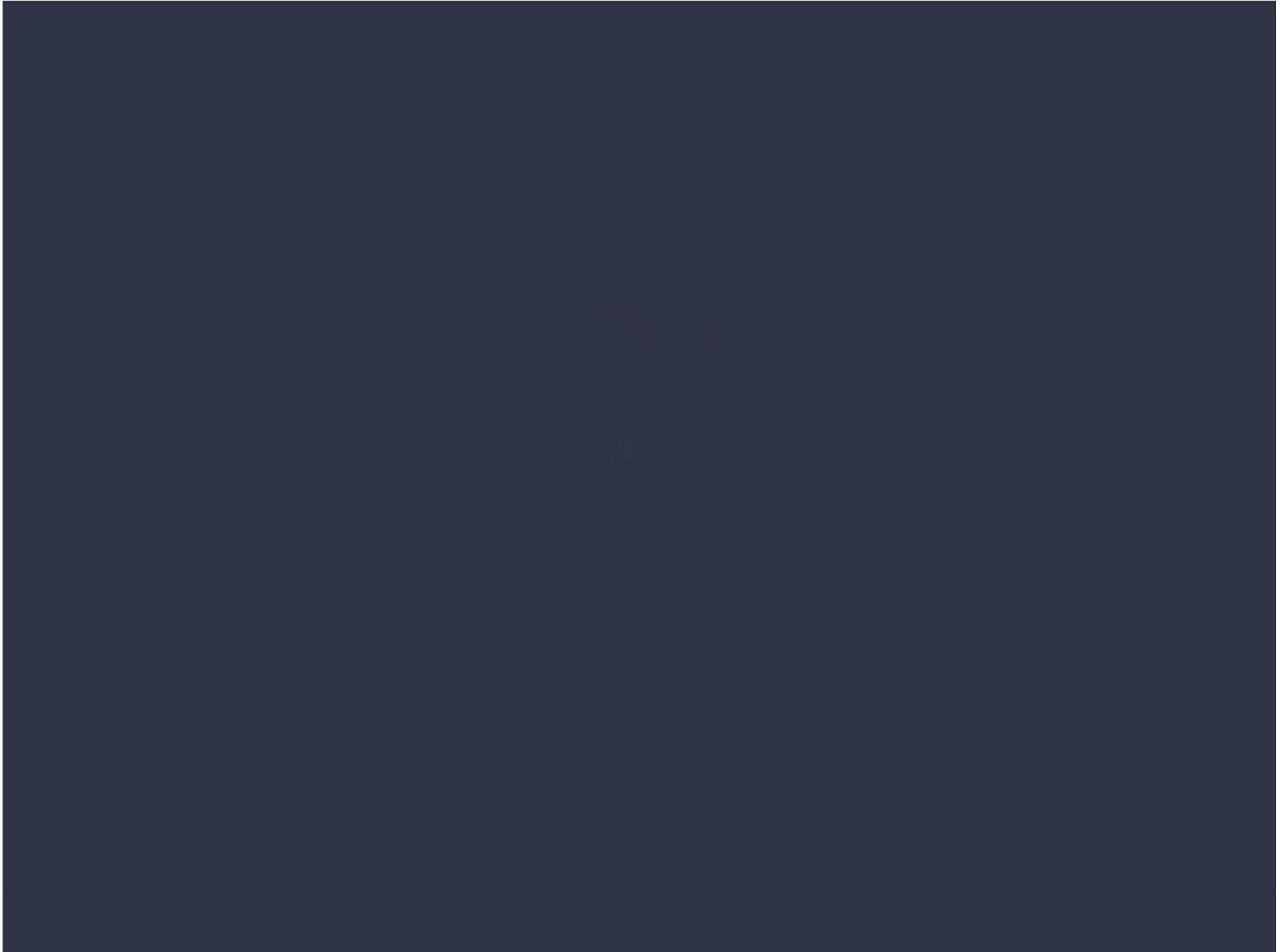
Mas provavelmente, apenas à Matemática

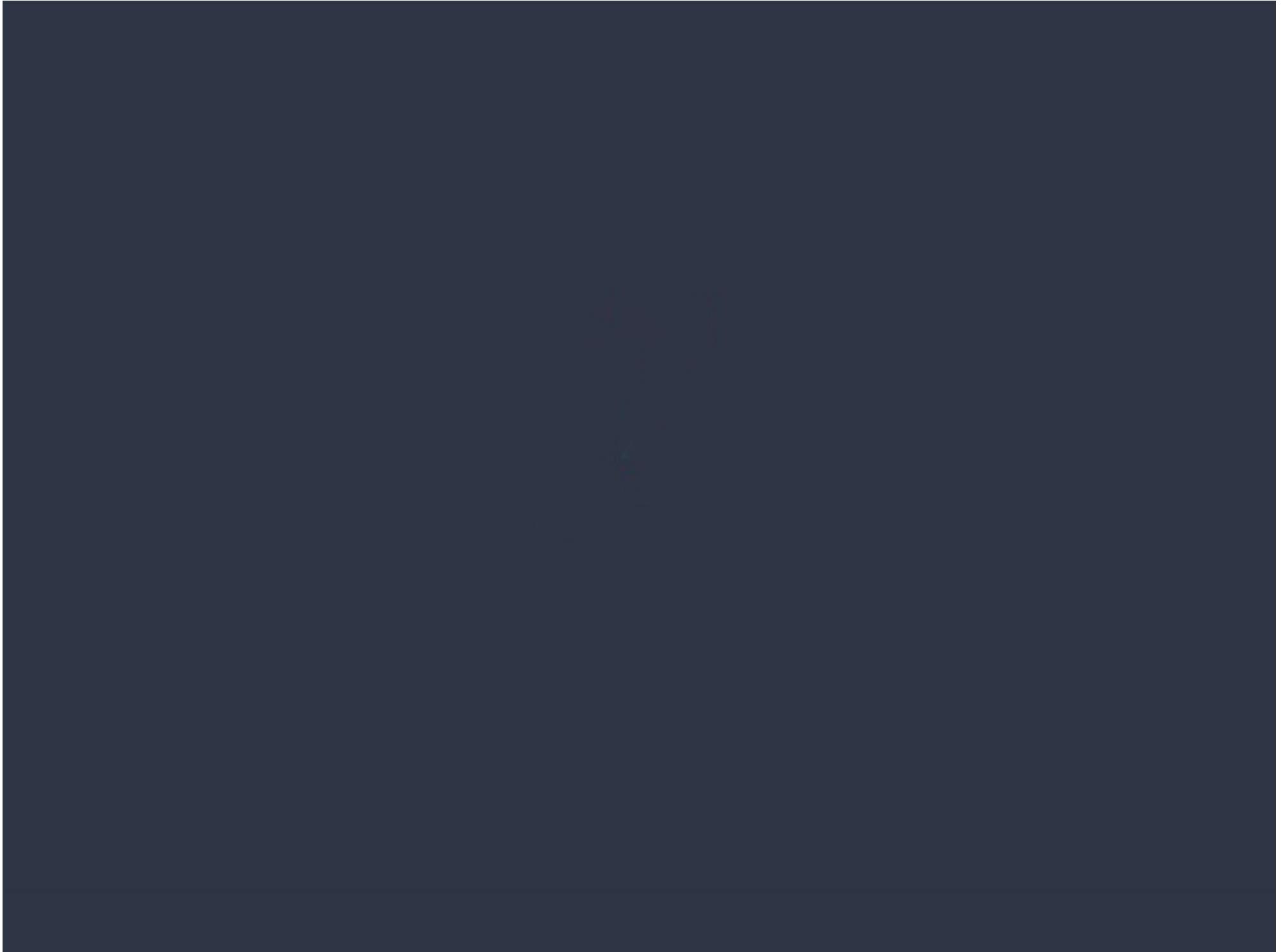


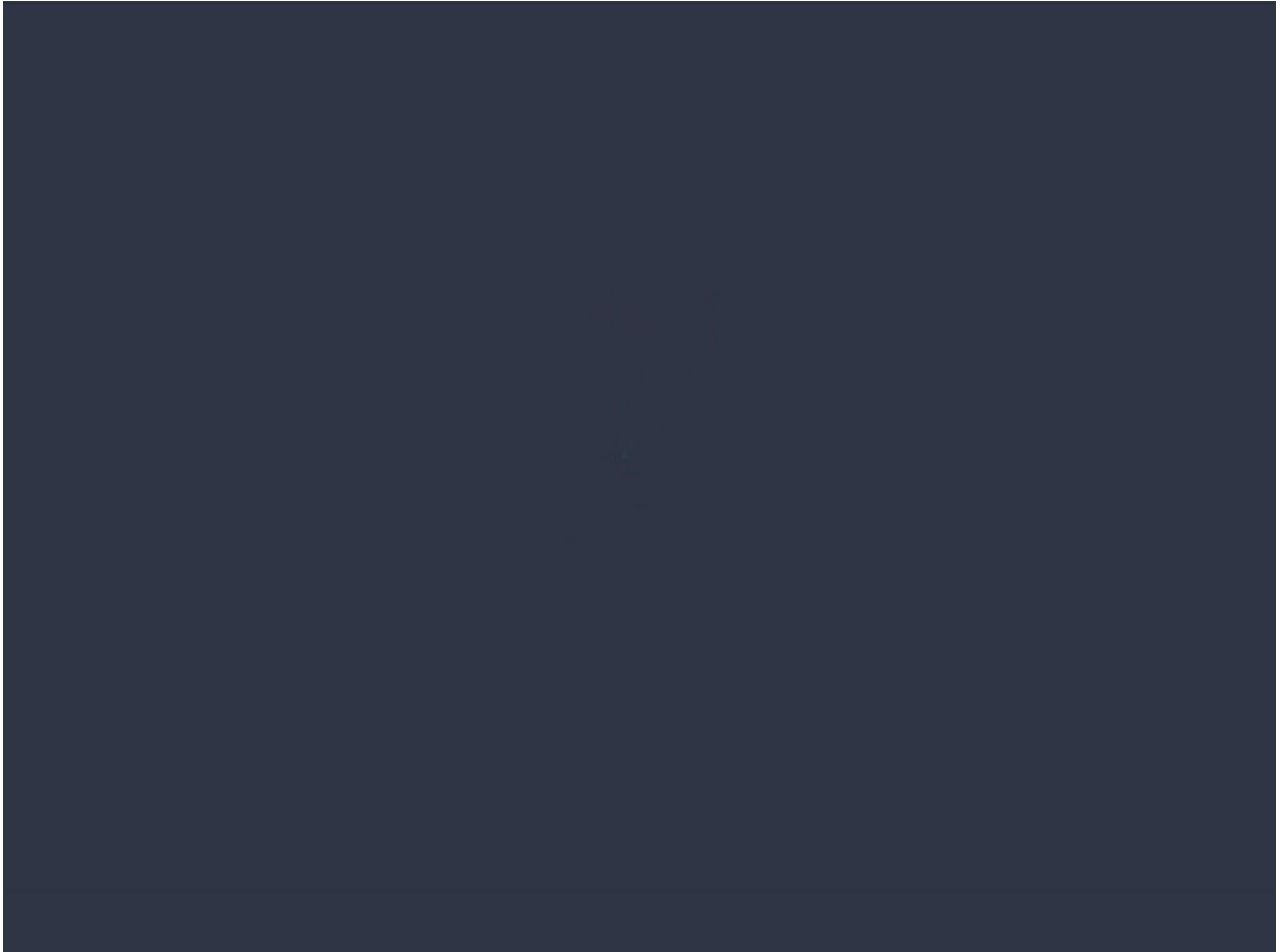
Acerca de rigor . . .

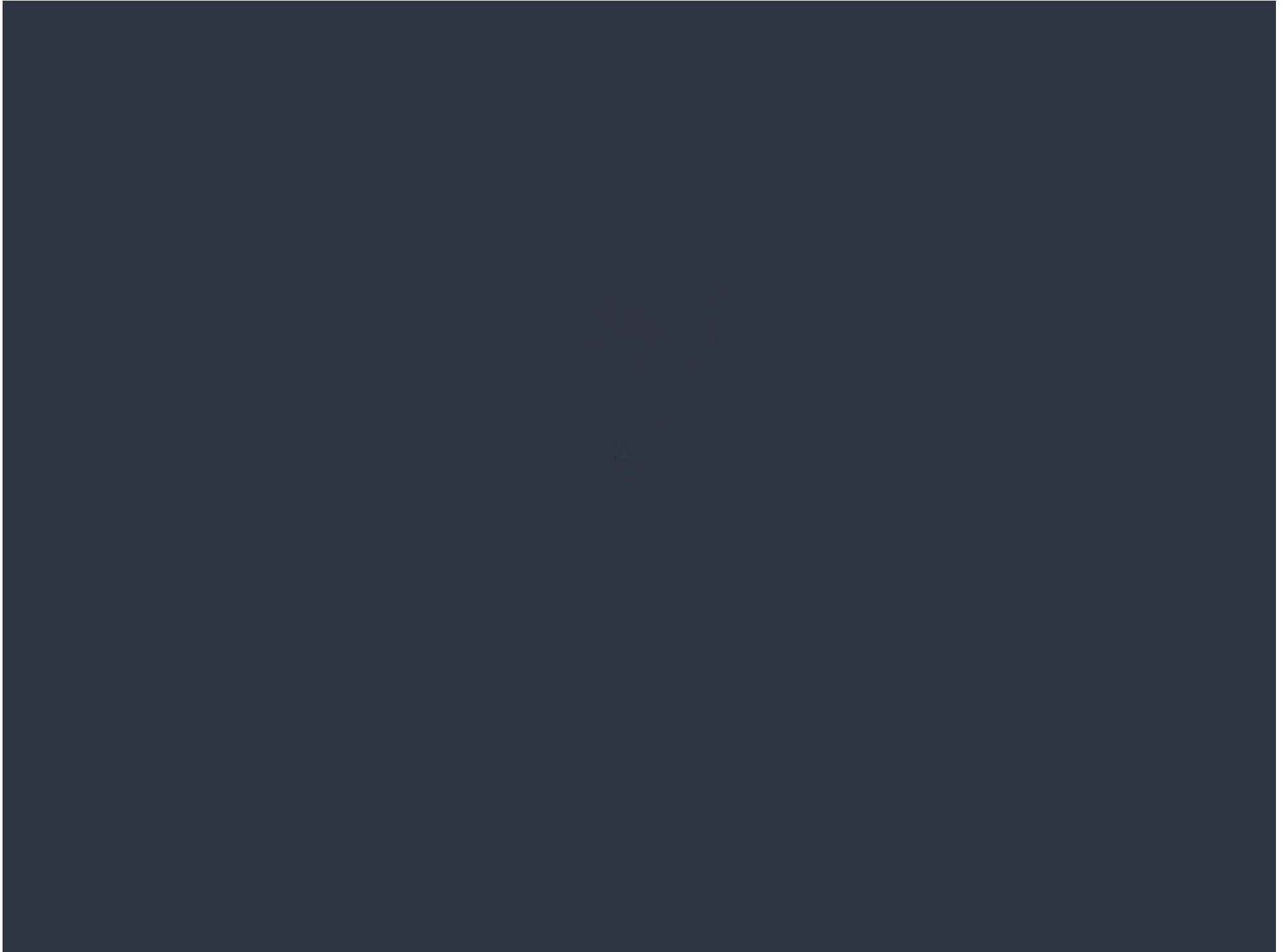


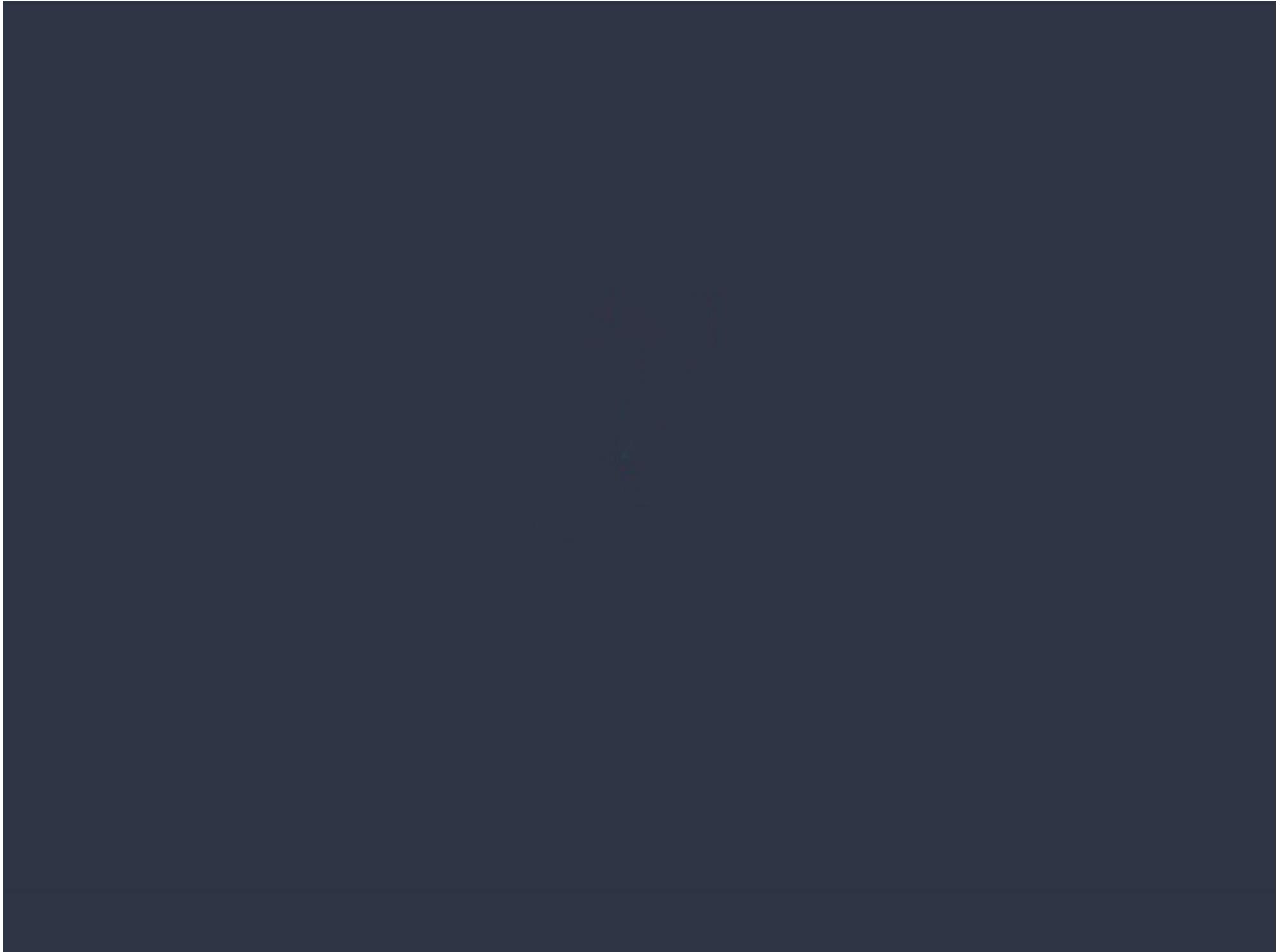












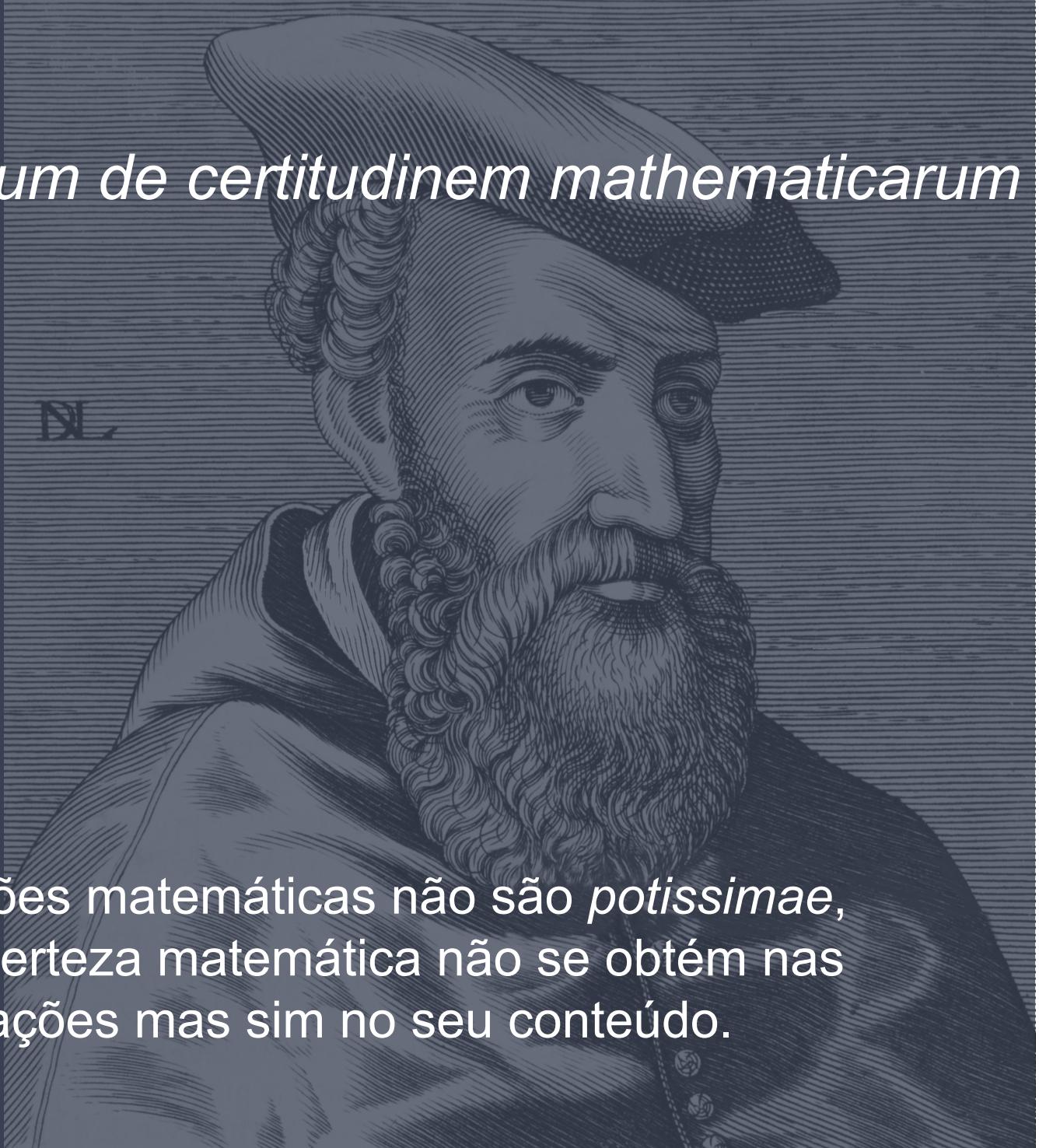
# *Commentarium de certitudinem mathematicarum*

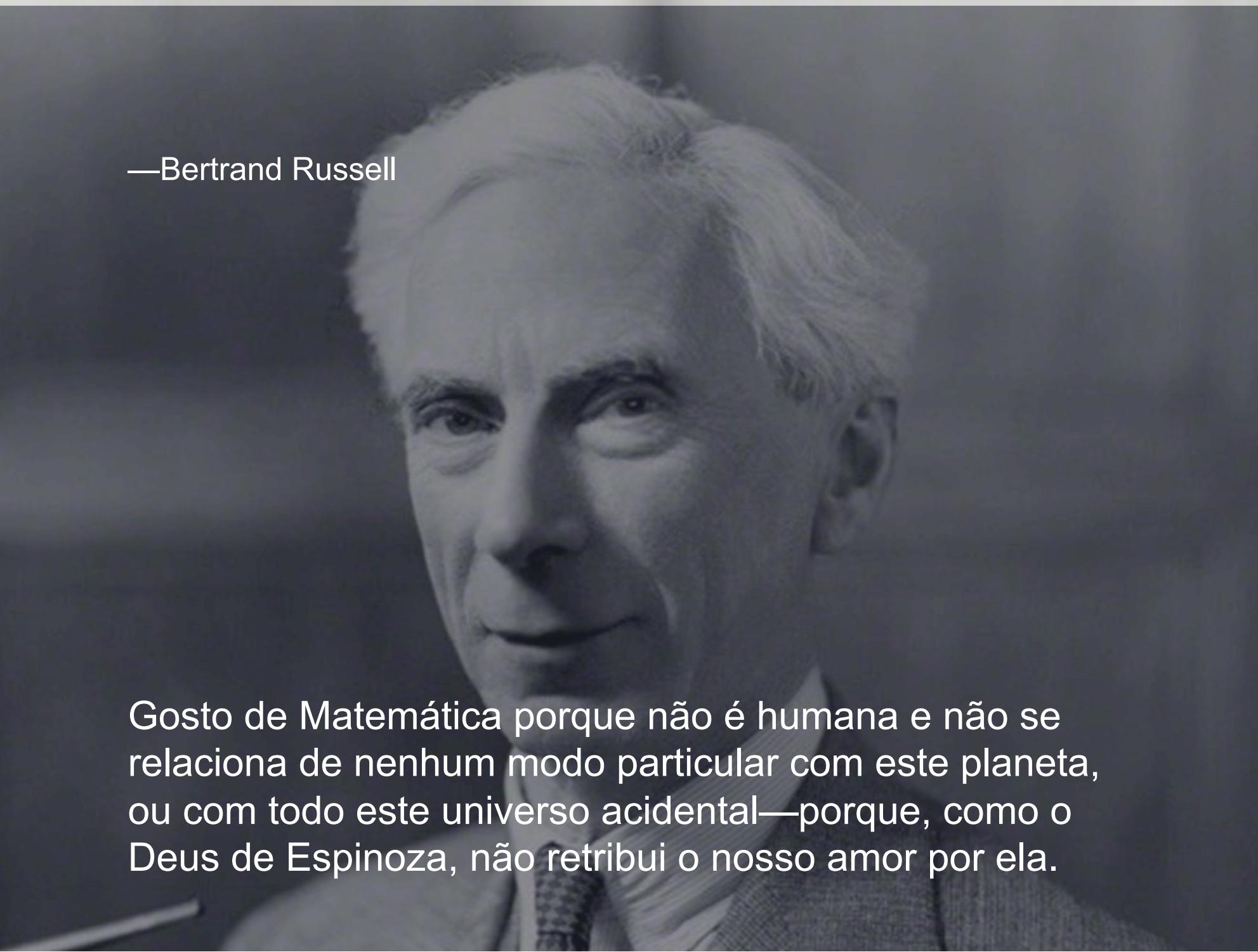
DL.

Alessandro Piccolomini

1508-1570

As demonstrações matemáticas não são *potissimae*,  
desta forma a certeza matemática não se obtém nas  
suas demonstrações mas sim no seu conteúdo.



A black and white portrait of Bertrand Russell, an elderly man with long, thinning hair, looking slightly to his left with a thoughtful expression. He is wearing a dark suit jacket over a light-colored shirt.

—Bertrand Russell

Gosto de Matemática porque não é humana e não se relaciona de nenhum modo particular com este planeta, ou com todo este universo acidental—porque, como o Deus de Espinoza, não retribui o nosso amor por ela.