Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida
Escola Secundária Dr. José Afonso, Seixal
ana.almeida@esjoseafonso.com

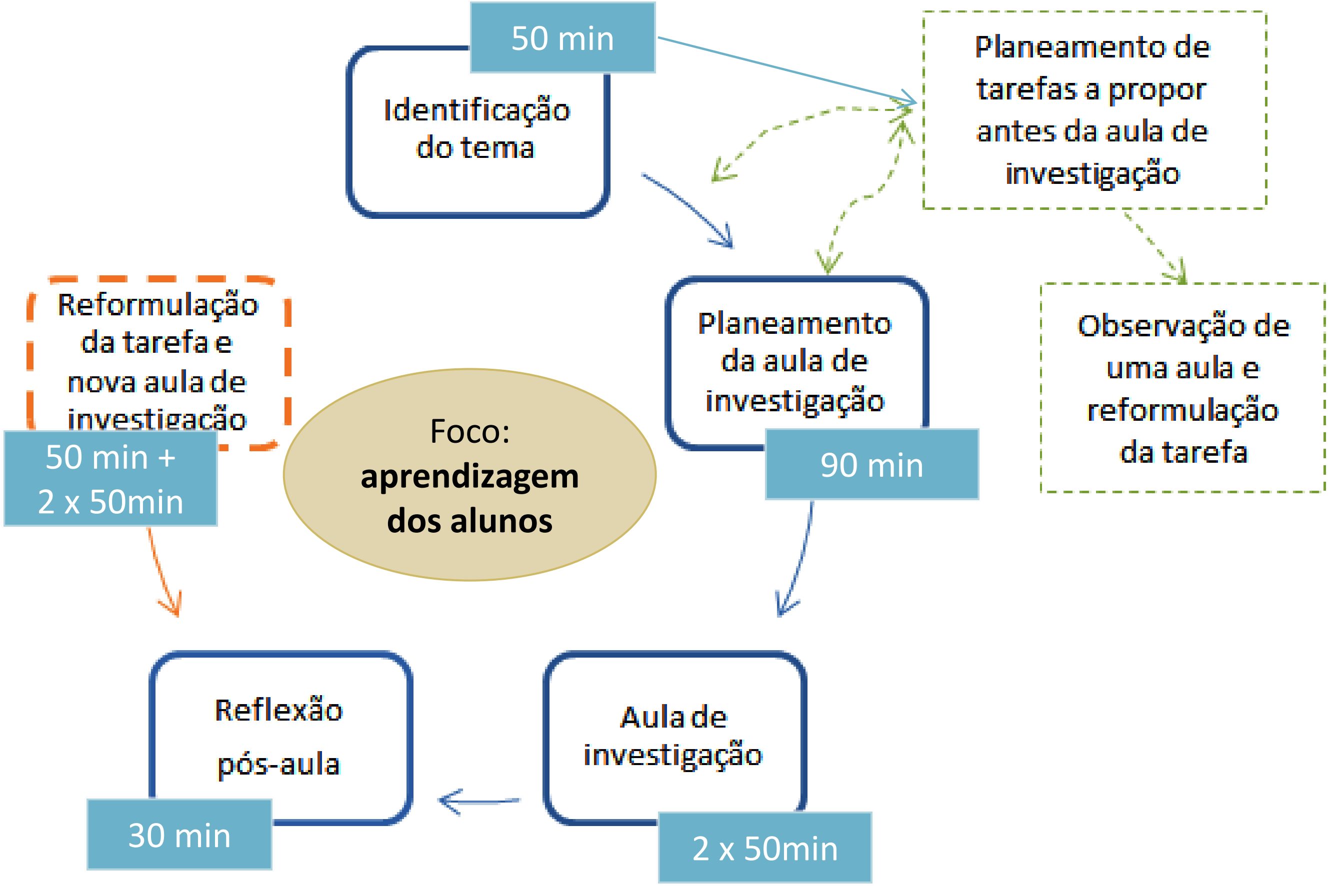
Clara Alves
Escola Secundária Dr. José Afonso, Seixal
clara.alves@esjoseafonso.com

Paula Gomes
Escola Secundária Dr. José Afonso, Seixal
paula.gomes@esjoseafonso.com

11 de julho de 2019

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

Estudo de aula



Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

Estudo de aula

- decorre na escola, o contexto de trabalho dos participantes
- oportunidade para os professores partilharem e discutirem ideias, para **trabalharem colaborativamente** com os seus pares e experimentarem novas práticas
- aula estruturada de resolução de problemas (*structured problem solving*)**;** abordagem exploratória
- proporciona aos professores um olhar mais atento sobre os **processos de raciocínio** e sobre as **dificuldades dos alunos**, desenvolvendo a capacidade de **antecipar possíveis dificuldades** e **possíveis respostas** dos alunos
- os professores podem desenvolver o conhecimento sobre a **seleção de tarefas** a propor e sobre a **gestão da comunicação** em sala de aula, nomeadamente na **condução de discussões coletivas**

Na nossa escola…

- grupo curricular com 4 formadores acreditados pelo CCPFC, com tradição em fazer formação creditada na escola
- trabalho colaborativo entre professores que lecionam o mesmo ano de escolaridade
- atenção às dificuldades dos alunos, antecipando possíveis dificuldades e possíveis respostas
- seleção, elaboração e reformulação de tarefas

Abordagem exploratória

Organização de uma aula

"lançamento" da tarefa

- o professor apresenta à turma a tarefa que os alunos devem realizar, garantindo que a compreenderam

"exploração"

- o professor **acompanha o trabalho autónomo dos alunos**, procurando que todos participem e respondendo às questões que vão surgindo, com o cuidado de não uniformizar estratégias de resolução e de não dar respostas que reduzam o nível de exigência da tarefa
- o professor deve ter cuidado para não validar a correção matemática das respostas dos alunos
- o professor deve **identificar e selecionar** resoluções variadas e **sequenciar** as resoluções selecionadas para organizar o momento que se segue, de discussão da tarefa.

"discussão e síntese"

- são **discutidas** algumas resoluções de alunos, selecionadas na fase anterior
- o professor **gere as interações dos alunos**, promovendo a **qualidade matemática das explicações e argumentações** apresentadas como momentos por excelência para a **sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas**"

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória

- (C) Raciocínio e resolução de problemas

Programa de Matemática A

- Finalidades
  - Estruturação do pensamento
  - Aplicação da Matemática ao mundo real

Aprendizagens Essenciais

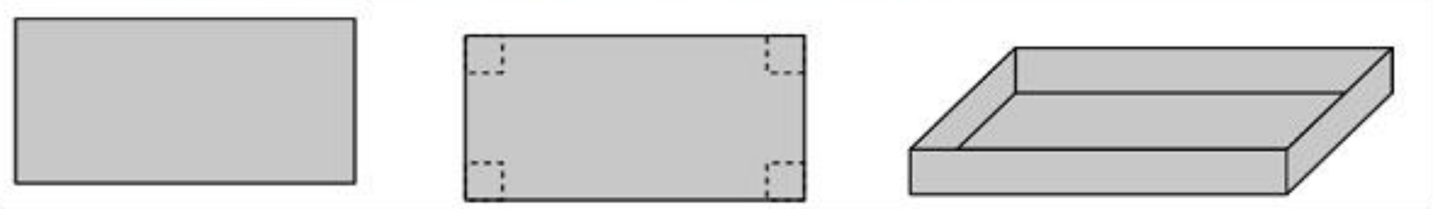
- Tema transversal: resolução de problemas
- "Os estudantes devem ter oportunidades de descobrir, raciocinar, provar e comunicar matemática. Para isso é fundamental que os estudantes se envolvam em discussões e atividades estimulantes e que não se sobrevalorizem as competências procedimentais sem a compreensão dos princípios matemáticos subjacentes" (p. 3)

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

A caixa sem tampa

- Resolver a tarefa
- Antever possíveis dificuldades dos alunos

Com uma folha de papel $A4$ $(21 \times 29{,}7\ cm)$ podemos facilmente construir uma caixa sem tampa, cortando quatro quadrados congruentes, um em cada canto da folha, com o ilustram as figuras:



Desta forma é possível fazer caixas de vários tamanhos.

Desafio:

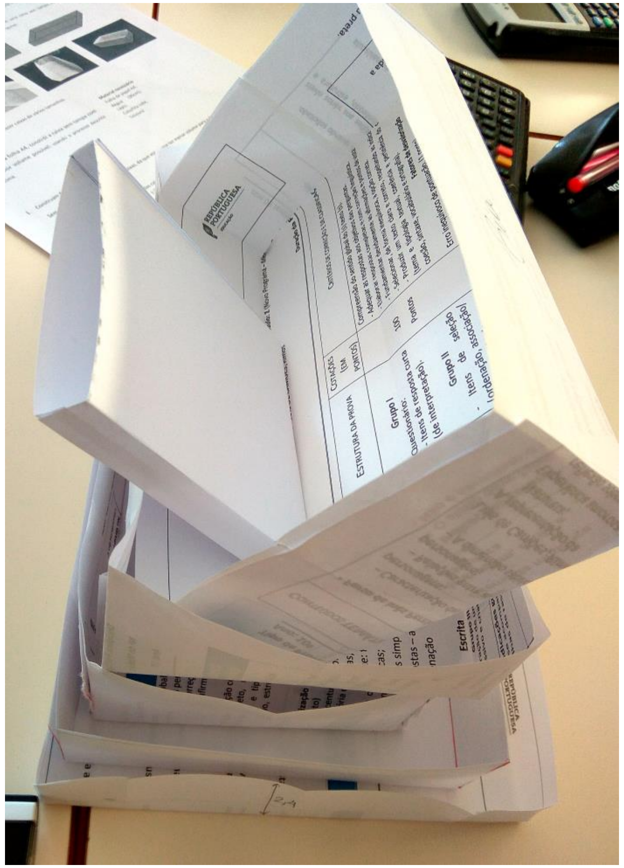
Dada uma folha A4, constrói a caixa sem tampa com o maior volume possível, usando o processo descrito acima.

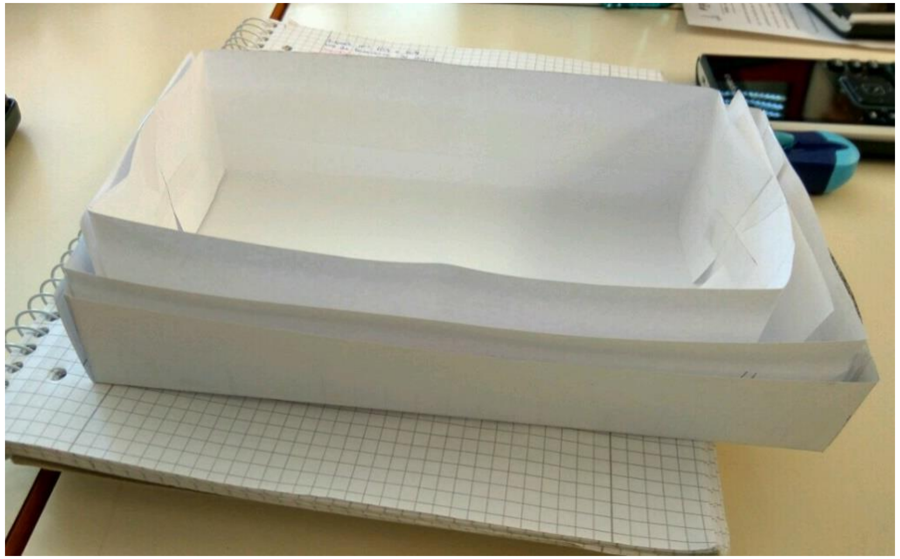
Material necessário

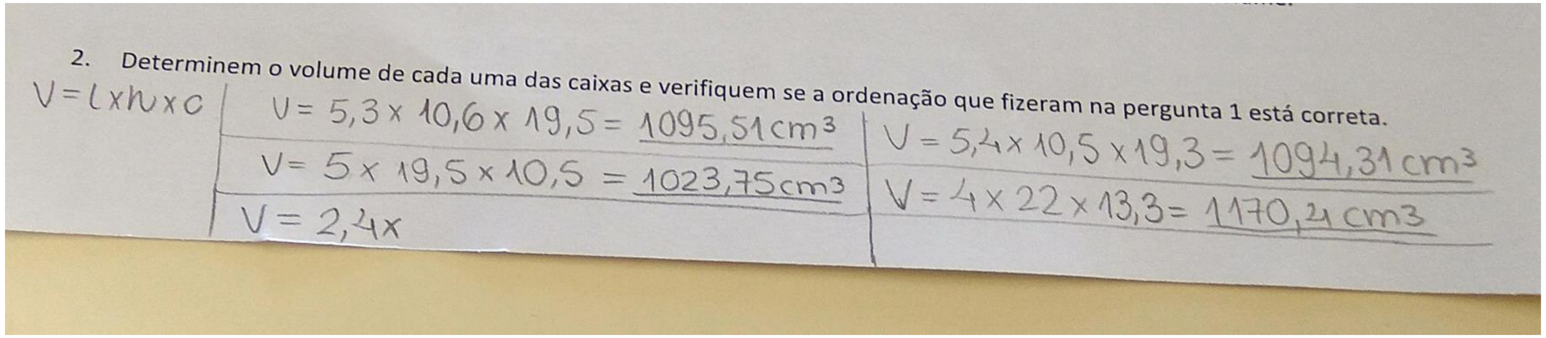
Folha de papel A4,
Régua (30cm);
Lápis;
Cola/fita cola;
Tesoura.

Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

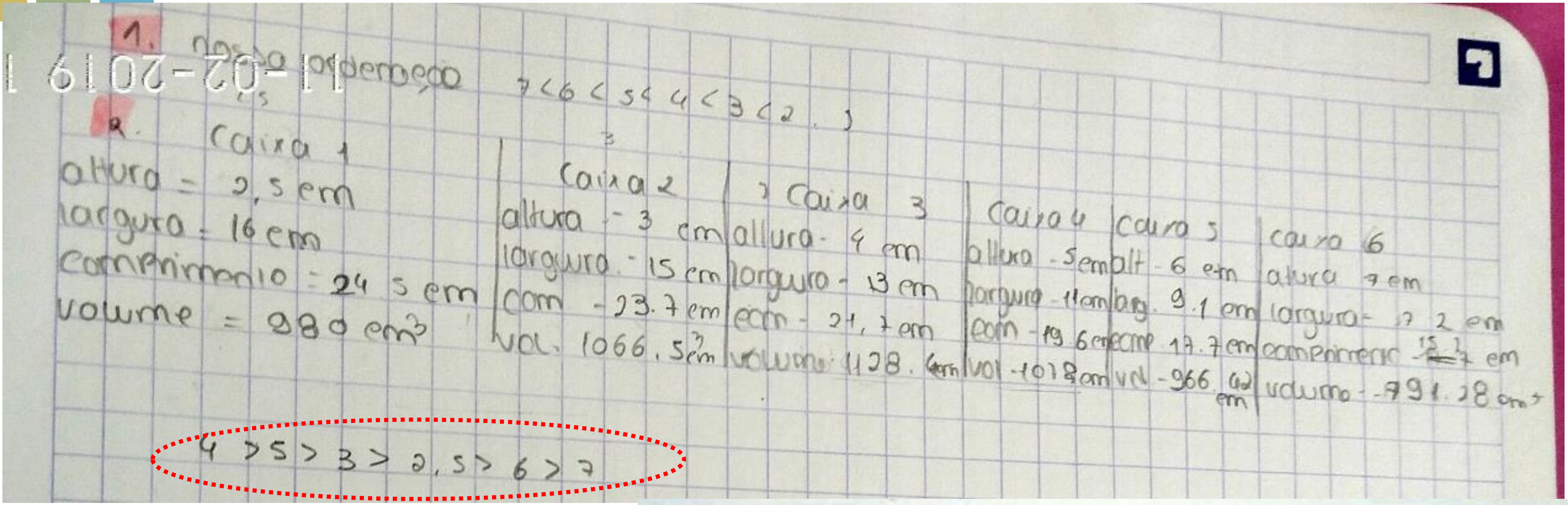


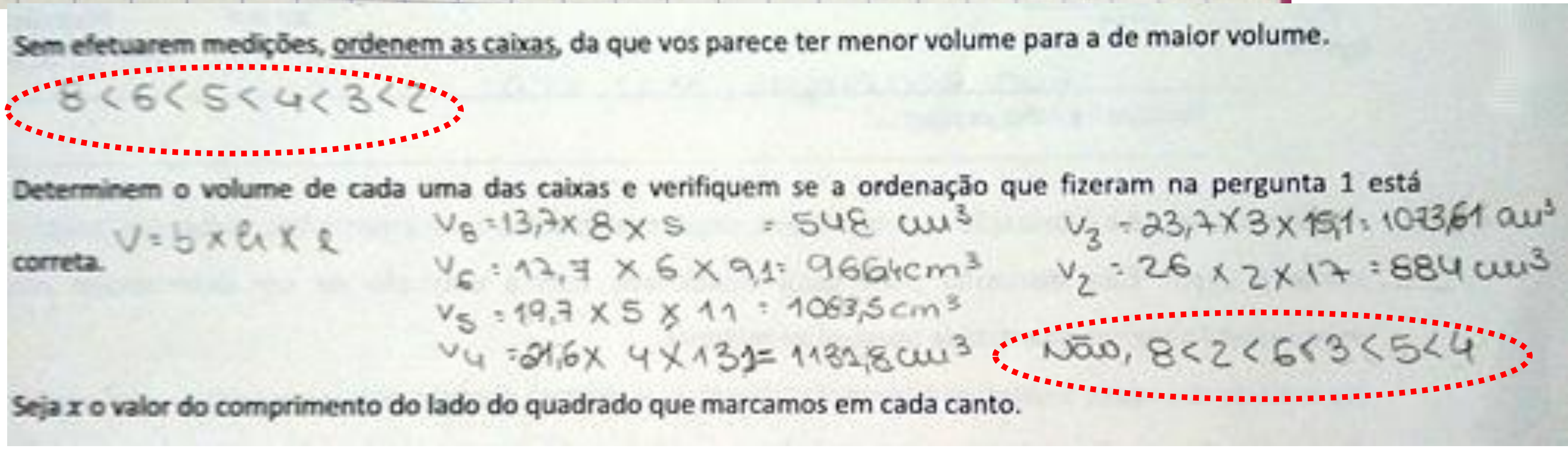



2. Determinem o volume de cada uma das caixas e verifiquem se a ordenação que fizeram na pergunta 1 está correta.

Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes




Sem efetuarem medições, ordenem as caixas, da que vos parece ter menor volume para a de maior volume.

8<6<5<4<3<2

Determinem o volume de cada uma das caixas e verifiquem se a ordenação que fizeram na pergunta 1 está correta.

V = b × h × c

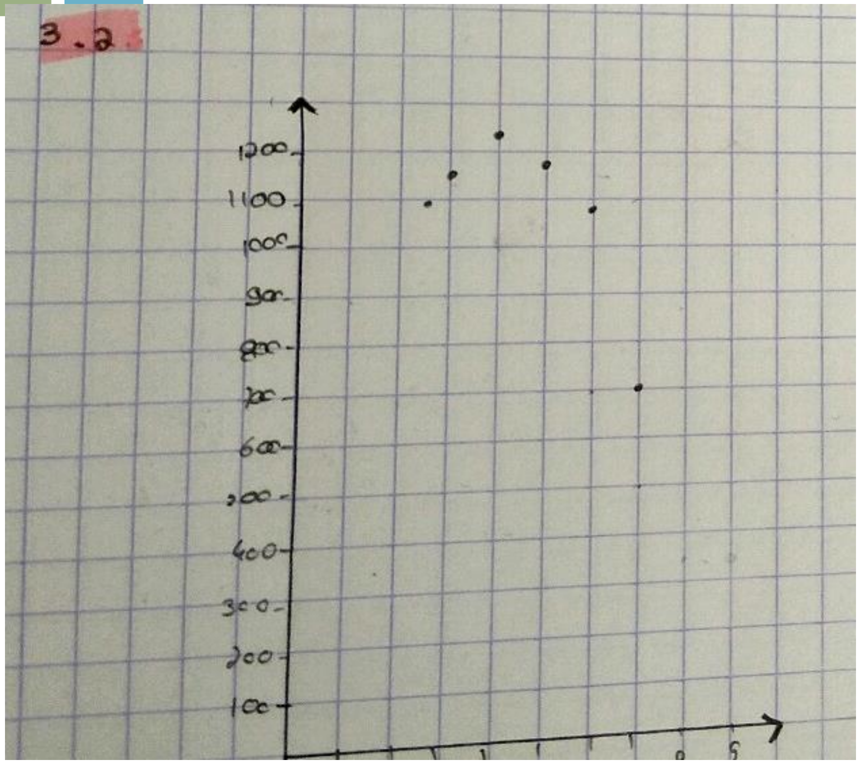
$V_8 = 13{,}7 \times 8 \times 5 = 548$ cm³
$V_6 = 17{,}7 \times 6 \times 9{,}1 = 966{,}4$ cm³
$V_5 = 19{,}7 \times 5 \times 11 = 1083{,}5$ cm³
$V_4 = 21{,}6 \times 4 \times 13{,}1 = 1131{,}8$ cm³
$V_3 = 23{,}7 \times 3 \times 15{,}1 = 1073{,}61$ cm³
$V_2 = 26 \times 2 \times 17 = 884$ cm³

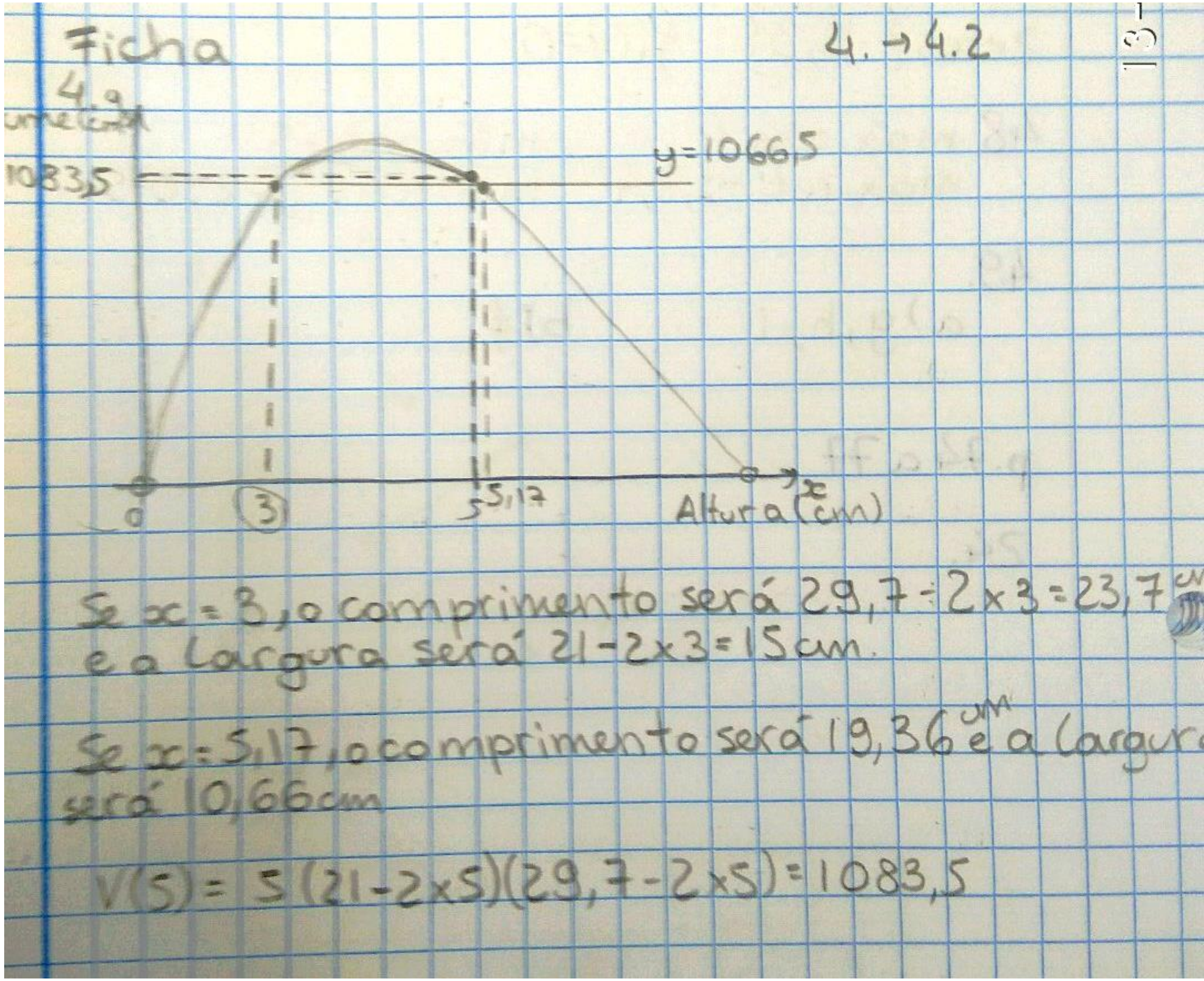
Não, 8<2<6<3<5<4

Seja *x* o valor do comprimento do lado do quadrado que marcamos em cada canto.

Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes





Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

4.4
Se $x = 4,04$, a caixa tem 12,92 cm de largura e 21,62 cm de comprimento.

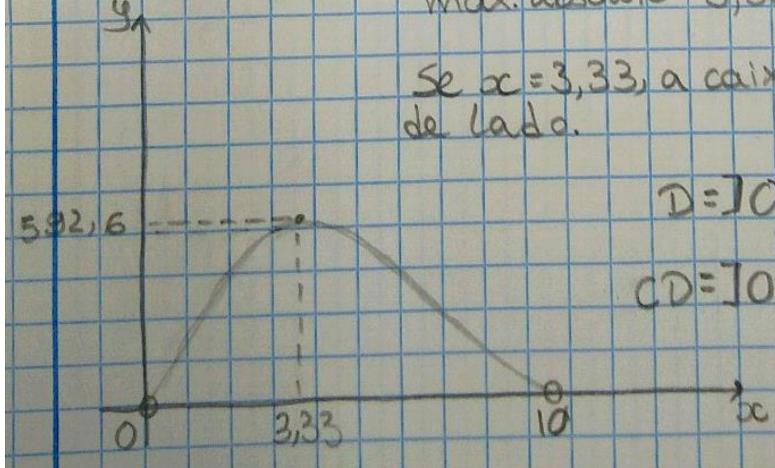
5. $f(x) = x(20-2x)^2$

máx. absoluto: 3,33

Se $x = 3,33$, a caixa tem 13,34 cm de lado.

$D =]0,10[$

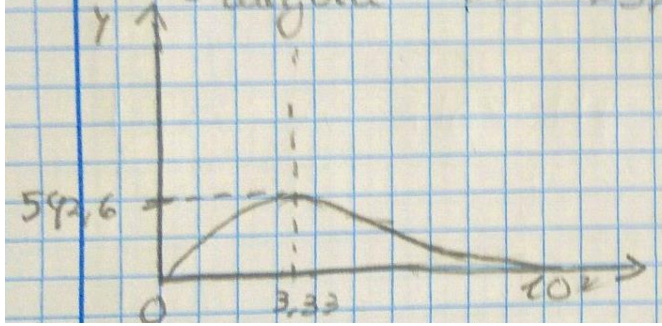
$CD =]0;592,6]$



5. altura = x
comprimento = $(20-2x)$ | $V(x) = x(20-2x)(20-2x)$
largura = $(20-2x)$

O volume máximo da caixa é 592,6 cm³
Se $y = 592,6$ então $x = 3,33$

- altura = 3,33
- comprimento = $20 - 2 \times 3,33 = 13,34$ cm
- largura = $20 - 2 \times 3,33 = 13,34$ cm



Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

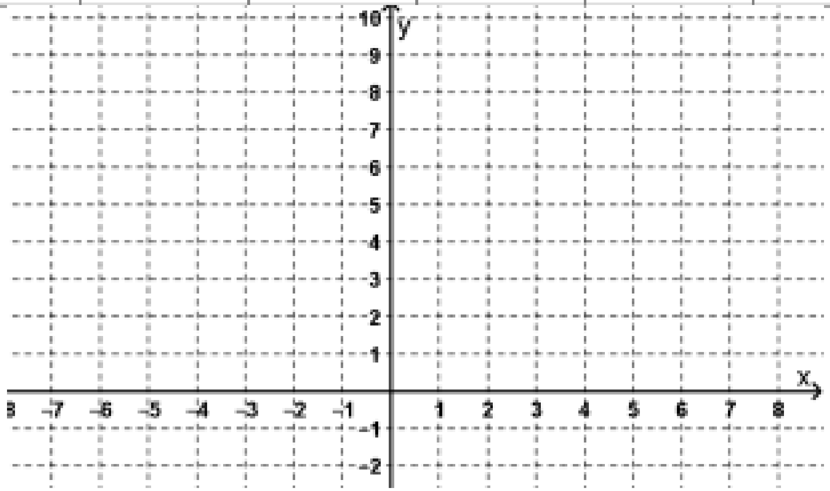
Funções – uma investigação com gráficos

- Resolver a tarefa
- Antever possíveis dificuldades dos alunos

1. Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funções que se encontram definidas na tabela abaixo e completa-a.

Sugestão: Em cada linha, a partir da segunda, visualiza sempre a representação gráfica de $y = x^2$.

Função	Domínio	Contra-domínio	Zeros (se existirem)	Extremos (se existirem)	Sentido da concavidade	Eq. do eixo de simetria	Coord. do vértice da parábola
$y = x^2$							
$y = 3x^2$							
$y = \frac{1}{2}x^2$							
$y = -x^2$							
$y = -3x^2$							
$y = -\frac{1}{2}x^2$							



Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

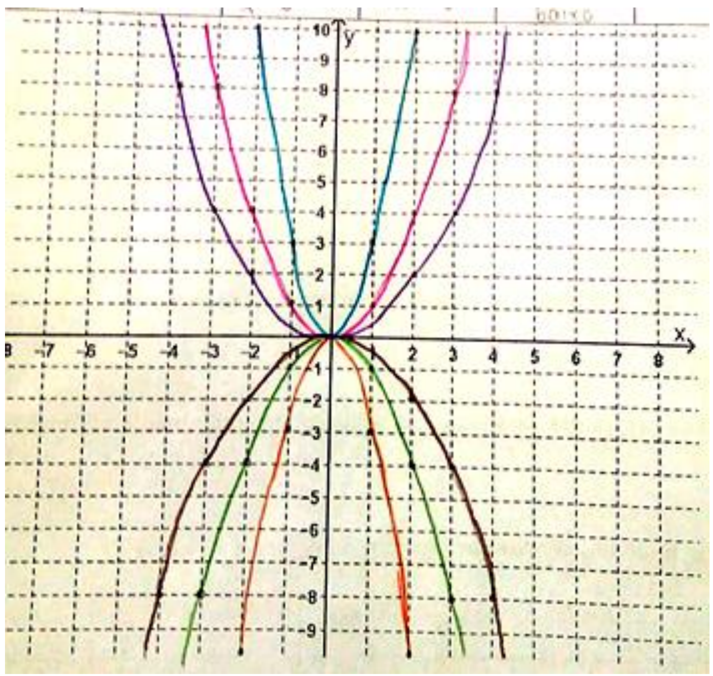
Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funções que se encontram definidas na tabela abaixo e completa-a.

Sugestão: Em cada linha, a partir da segunda, visualiza sempre a representação gráfica de $y = x^2$.

O eixo de simetria é o y. No eixo

Função	Domínio	Contradomínio	Zeros (se existirem)	Extremos (se existirem)	Sentido da concavidade	Eq. do eixo de simetria	Coord. do vértice da parábola
$y = x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_0^+$	1 $x=0$	Mínimo absoluto: 0	+	Oy	(0, 0)
$y = 3x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_0^+$	1 $x=0$	Mínimo absoluto: 0	+	Oy	(0, 0)
$y = \frac{1}{2}x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_0^+$	1 $x=0$	Mínimo absoluto: 0	+	Oy	(0, 0)
$y = -x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_0^-$	1 $x=0$	Máximo absoluto: 0	−	Oy	(0, 0)
$y = -3x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_0^-$	1 $x=0$	Máximo absoluto: 0	−	Oy	(0, 0)
$y = -\frac{1}{2}x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_0^-$	1 $x=0$	Máximo	−	Oy	



Se $a > 0$ então ... para cima se o mínimo absoluto da função é sempre 0

Se $a < 0$ então A concavidade está voltada para baixo se o máximo absoluto é sempre 0

Quanto maior for o valor absoluto de a, mais dilatado verticalmente fica o gráfico da função.

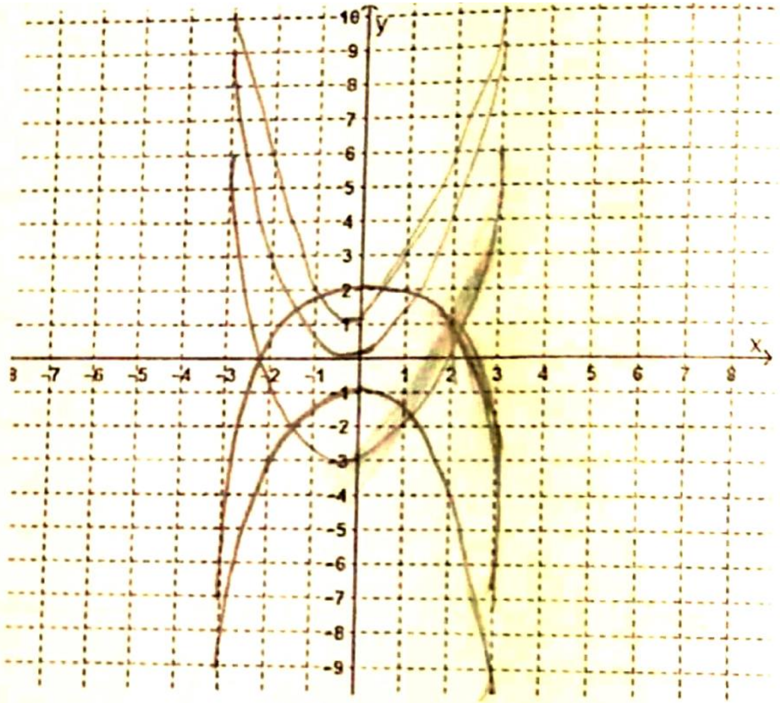
Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

Faz um estudo semelhante ao anterior, escrevendo o domínio; o contradomínio; os zeros, se existirem; os extremos, se existirem; a equação do eixo de simetria e as coordenadas do vértice da parábola.

c) $0 = 2x^2 - 3 \Leftrightarrow 3 = 2x^2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} = x^2$

$\Leftrightarrow \pm\sqrt{\frac{3}{2}} = x \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{6}}{2} \vee \frac{\sqrt{6}}{2}$



...a, representa graficamente, ...

zeros = 0 $\quad x = 0 \quad (0,0)$

Mínimo absoluto e relativo = 0

b) $y = 2x^2 + 1$ $\quad D: \mathbb{R}$ $\quad$ zeros: não há $\quad x = 0 \quad (0,1)$

$D': [1, +\infty[$ $\quad$ Mínimo = 1

c) $y = 2x^2 - 3$ $\quad D: \mathbb{R}$ $\quad$ Zeros: $-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ $\quad (0,-3) \quad x = 0$

$D': [-3, +\infty[$ $\quad$ Mínimo = −3

d) $y = -2x^2 + 2$ $\quad D: \mathbb{R}$ $\quad$ zeros: −1, 1 $\quad (0,2) \quad x = 0$

$D':]-\infty, 2]$ $\quad$ Máximo = 2

e) $y = -2x^2 - 1$ $\quad D: \mathbb{R}$ $\quad$ Zeros: não há $\quad (0,-1) \quad x = 0$

$D':]-\infty, -1]$ $\quad$ Máximo = −1

Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

...adas do vértice da parábola.

D D' Zeros Extremos E. do Eixo C. vértice

1.
2.
3.
4.
5.

3. Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funções definidas por:

	Domínio	Contradomínio	Zeros	Extremos	Eq. Eixo simetria	C. vértice parábola
$y = 2x^2$	IR	[0,+∞[	0	Mínimo ab. 0	$x=0$	(0,0)
$y = 2x^2 + 1$	IR	[1,+∞[	N.E	Mínimo ab 1	$x=0$	(0,1)
$y = 2x^2 - 3$	IR	[-3,+∞[	-1,22 e 1,22	Mínimo ab -3	$x=0$	(0,-3)
$y = -2x^2 + 2$	IR	]-∞,2]	-1 e 1	Máximo ab 2	$x=0$	(0,2)
$y = -2x^2 - 1$	IR	]-∞,1]	0	Máximo ab. -1	$x=0$	(0,-1)

Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

$a < 0$

*não tem zeros se K = 1

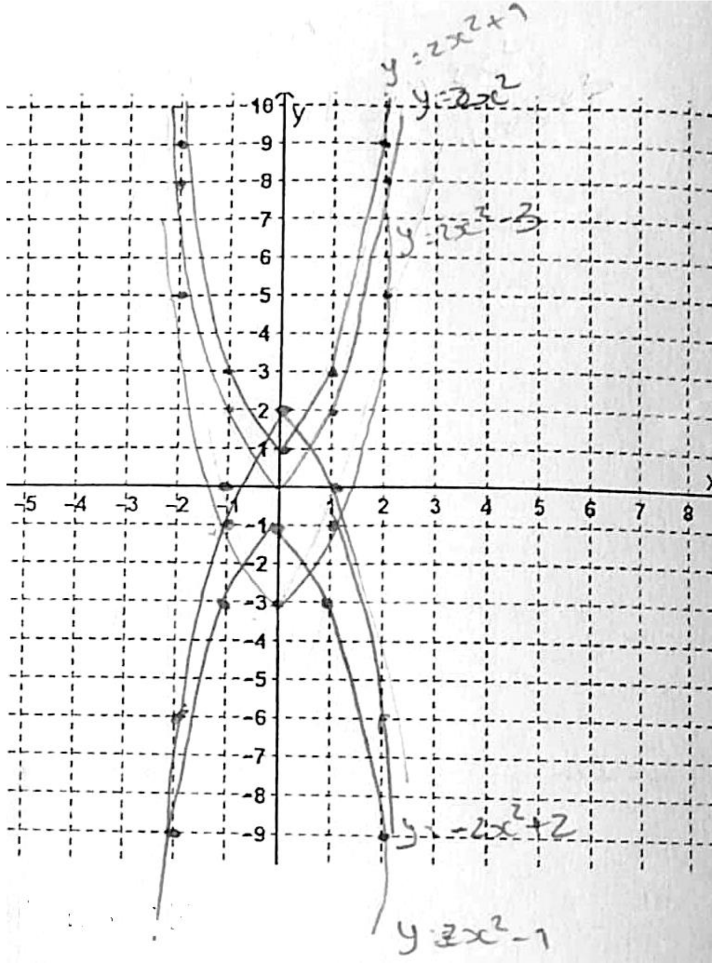
* tem um zero se

Quanto aos zeros, podemos afirmar que uma função do tipo $y = ax^2 + k$:

$a < 0$	$a > 0$
y > 0	*não tem zeros se y < 0
	* tem um zero se y = 0

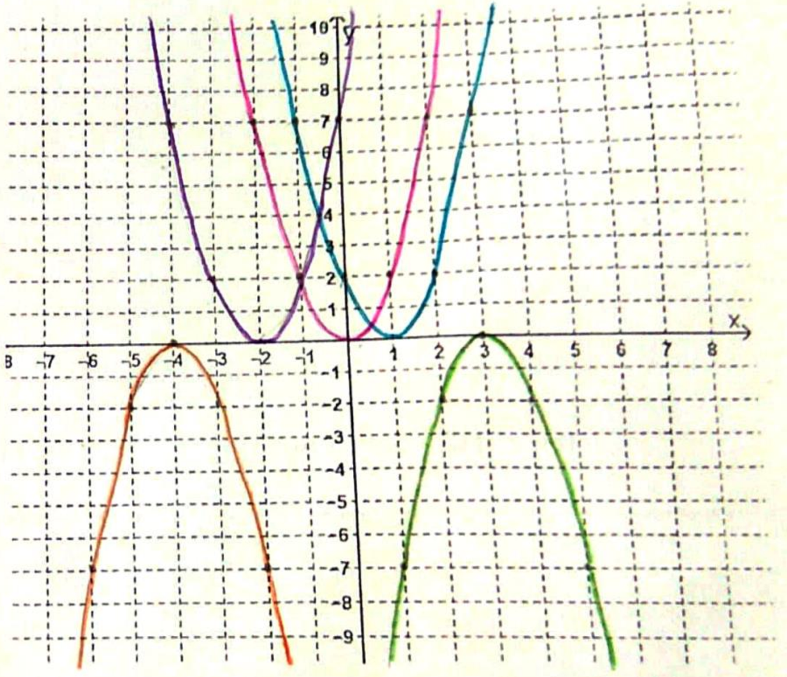
$a < 0$	$a > 0$
*não tem zeros se K < 0	*não tem zeros se K > 0
* tem um zero se K = 0	* tem um zero se K = 0
* tem dois zeros distintos se K > 0	* tem dois zer

$a < 0$	$a > 0$
*não tem zeros se K<0	*não tem zeros se K > 0
* tem um zero se K=0	* tem um zero se K = 6
* tem dois zeros distintos se K > 0	* tem dois zeros distintos se K < 0



Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes



5. Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funçõ

$y = 2x^2$ D = ℝ; CD = $\mathbb{R}_0^+$; zeros: 0; Extremos → mínimo absoluto: 0, Eq. eixo simetria: $x = 0$
Coordenadas do vértice da parábola: (0, 0)

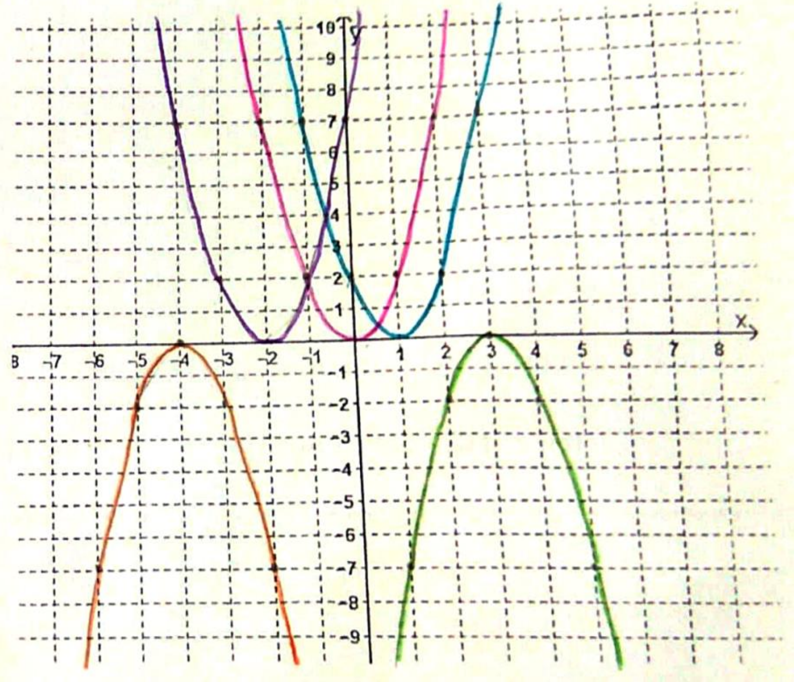
$y = 2(x-1)^2$ D = ℝ, CD = $\mathbb{R}_0^+$; zeros: 1, Extremos → mínimo absoluto: 0, Eq. eixo simetria: $x = 1$
Coordenadas do vértice da parábola: (1, 0)

$y = 2(x+2)^2$ D = ℝ, CD = $\mathbb{R}_0^+$; zeros: -2; Extremos → mínimo absoluto: 0, Eq. eixo simetria: $x =$
Coordenadas do vértice da parábola: (-2, 0)

$y = -2(x-3)^2$ D = ℝ; CD = $\mathbb{R}_0^-$, zeros: 3, Extremos → máximo absoluto: 0, Eq. eixo simetria: x
Coordenadas do vértice da parábola: (3, 0)

$y = -2(x+4)^2$ D = ℝ; CD = $\mathbb{R}_0^-$, zeros: −4, Extremos → máximo absoluto: 0, Eq. eixo simetria: $x = -4$
Coordenadas do vértice da parábola: (-4, 0)

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes



Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funções definidas por:

	Zeros	Extremos	Eq. Eixo Simetria	C. vértice Parábola	
$y = 2x^2$	0	Mínimo absoluto 0	$x = 0$	(0,0)	
$y = 2(x - 1)^2$	1	Mínimo absoluto 0	$x = 1$	(1,0)	
$y = 2(x + 2)^2$	-2	Mínimo absoluto 0	$x = -2$	(-2,0)	
$y = -2(x - 3)^2$	3	Máximo absoluto 0	$x = 3$	(3,0)	
$y = -2(x + 4)^2$	-4	Máximo absoluto 0	$x = -4$	(-4,0)	

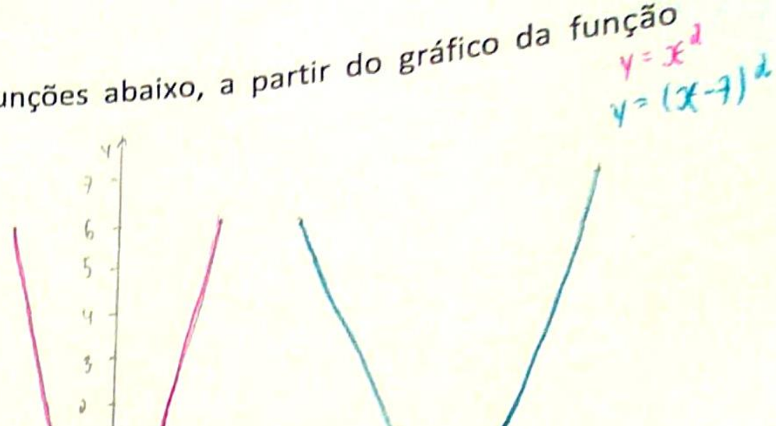
Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

7. Descreve como se pode obter o gráfico de cada uma das funções abaixo, a partir do gráfico da função $f(x) = x^2$:

7.1. $h(x) = (x - 7)^2$ vetor (7, 0) mentiroso (anda 7 para a frente)

Transleação associada ao vetor (7, 0)



7.2. $g(x) = -4x^2$

Começa por escrever co

Reflexão em relação

7.1. $h(x) = (x - 7)^2$

A concavidade está voltada para cima, as coordenadas do vértice da parábola são (7, 0). É uma Translação associada ao vetor (7, 0)

7.2. $g(x) = -4x^2$

Começa por escrever como se obtém o gráfico de $y = -x^2$ a partir do gráfico de $y = x^2$.

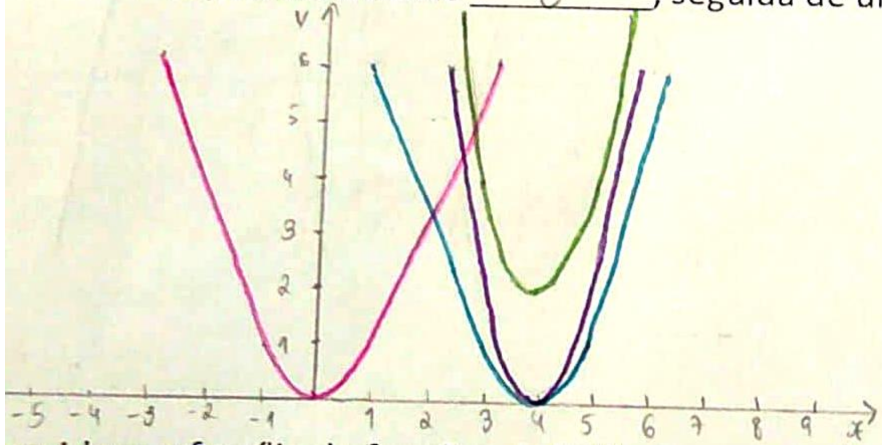
A concavidade está voltado para baixo, as coordenadas do vértice da parábola são (0, 0). É uma reflexão do eixo do x e uma dilatação na vertical.

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

7.3. $i(x) = 3(x-4)^2 + 2$

Completa:

O gráfico de i obtém-se a partir do gráfico de f por meio de uma ~~contração~~/dilatação (risca o que não interessa) de coeficiente ___3___, seguida de uma translação associada ao vetor ___(4, 2)___.



$y = x^2$

$y = (x-4)^2$

CD aumenta $y = 3(x-4)^2$

$y = 3(x-4)+2$

Tarefas para promover o raciocínio matemático dos alunos: uma experiência num estudo de aula

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

8. Considera a família de funções definidas por $y = a(x-h)^2 + k$, com $a \neq 0$, $a, h, k \in \mathbb{R}$.

Explicita os efeitos dos parâmetros a, h e k nos gráficos das funções dessa família, a partir do gráfico da função $y = x^2$.

$y = x^2$

$y = a(x-h)^2 + k$

a.
- Se $a > 1$, a concavidade ... para cima
- Se $0 < a < 1$, a concavi... para cima
- Se $a > 0$, a concavidade está voltada para cima
- Se $a < 0$, a concavidade está voltada para baixo.

... vai sofrer uma ... associado ao vetor $(h,0)$.

- O a influencia a abertura da parábola.
- O h influencia a abcissa das coordenadas do vértice da parábola.
- O k influencia a ordenada das coordenadas do vértice da parábola

a: → dilatação → $a < -1$ ou $a > 1$
→ contração → $a \in]-1;0[\cup]0;1[$

h: $h < 0$ → esquerda
$h > 0$ → direita

k: $k > 0$: translação para cima
$k < 0$: translação para baixo

Ana Almeida, Clara Alves e Paula Gomes

O parâmetro "a" causa a contração vertical (caso $0<a<1$) ou a dilatação vertical (caso $a>1$) do gráfico da função $y=x^2$.* O parâmetro "h" causa a translação associada ao vetor $(h,0)$ do gráfico da função $y=x^2$.** E o parâmetro "k" causa a translação associada ao vetor $(0,k)$ do gráfico da função $y=x^2$.***

* e caso $a<0$ a concavidade do gráfico da função $y=x^2$, fica voltada para baixo, caso $a>0$, a concavidade do gráfico da função $y=x^2$ fica voltada para cima.

** e o zero da função é sempre equivalente a h.

*** e caso $a<0$ a função não tem zeros caso $k<0$, tem apenas um caso $k=0$ e dois se $k>0$, e caso $a>0$ a função não tem zeros se $k>0$, tem apenas um se $k=0$ e dois se $k<0$.

O que aprenderam os alunos? E os professores?

Obrigada

Ana Almeida
Escola Secundária Dr. José Afonso, Seixal
ana.almeida@esjoseafonso.com

Clara Alves
Escola Secundária Dr. José Afonso, Seixal
clara.alves@esjoseafonso.com

Paula Gomes
Escola Secundária Dr. José Afonso, Seixal
paula.gomes@esjoseafonso.com

11 de julho de 2019

Ana Almeida e Paula Gomes

A caixa de papel

A discussão sobre a otimização de embalagens, peças e recipientes é um assunto frequente para indústrias de maneira geral. Essa discussão pode estar relacionada com a obtenção de um determinado volume, consumindo a menor quantidade possível de material.

Na maioria das vezes o objetivo é minimizar gastos, mas existem diversas outras variáveis que influenciam na determinação do formato de uma embalagem: a necessidade de encaixe da embalagem na mão do consumidor; a aparência e a diferenciação em relação a outras marcas; o transporte, etc.

Nesta atividade vamos focar-nos na otimização do volume em função de uma quantidade fixa de material.

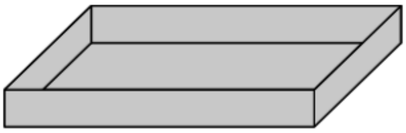
Desafio:

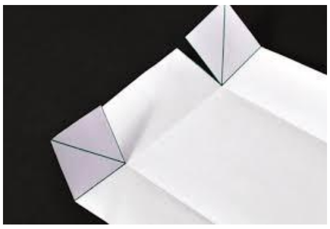
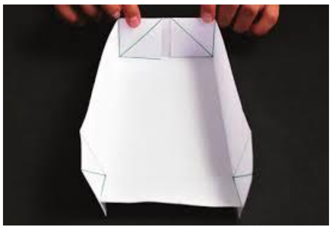
Dada uma folha A4, constrói a caixa sem tampa com o maior volume possível.

Material necessário: Folha de papel A4; Régua (30cm); Lápis; Cola/fita cola; Tesoura.

Com uma folha de papel $A4$ $(21 \times 29{,}7\ cm)$ podemos facilmente construir uma caixa sem tampa, cortando quatro quadrados congruentes, um em cada canto da folha, com o ilustram as figuras:






Desta forma é possível fazer caixas de vários tamanhos.

1. Construam **6 caixas diferentes**. Sem efetuarem medições, <u>ordenem as caixas</u>, da que vos parece ter menor volume para a de maior volume.

2. Determinem o volume de cada uma das caixas e verifiquem se a ordenação que fizeram na pergunta 1 está correta.

3. Seja x o valor do comprimento do lado do quadrado que marcamos em cada canto.
   3.1. Entre que valores tem de variar x para que seja possível construir uma caixa?

   3.2. Façam um esboço de uma representação gráfica que associe a altura de cada caixa com o seu volume (gráfico do volume em função da altura).

   3.3. Escrevam a expressão analítica da função V que dá o volume da caixa em função de x.

   Sugestão: comecem por escrever a expressão que dá:

   - o comprimento de cada caixa em função de x;
   - a largura de cada caixa em função de x.

4. Recorrendo à calculadora gráfica, obtenham uma representação da função V, cuja expressão escreveram na questão anterior.
   4.1. Calculem gráfica e analiticamente o valor de $V(5)$ e interpretem o valor obtido no contexto da situação.

   4.2. Quantas caixas com $1066{,}5\ cm^3$ de volume podem ser construídas? Escrevam as dimensões dessa(s) caixa(s).

   4.3. Entre que valores tem de variar x para que o volume da caixa seja superior a $526{,}3\ cm^3$? E inferior ou igual a $526{,}3\ cm^3$?

   4.4. Usando a calculadora gráfica, verifiquem se conseguiram construir a caixa de volume máximo que foram desafiados a fazer. Na vossa resposta, refiram as dimensões da caixa de volume máximo.

5. Um fabricante de caixas de papel deseja construir caixas sem tampa, recorrendo a **folhas quadradas** de cartão com $20\ cm$ de lado.

   Cada caixa é construída cortando quatro quadrados congruentes, um em cada canto da folha.

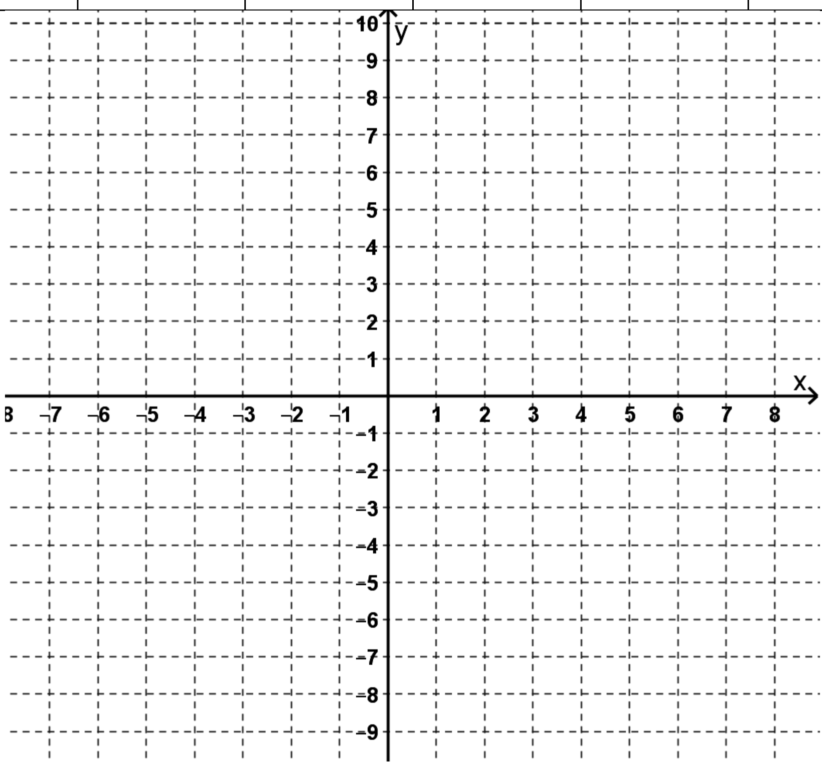
   Quais são as dimensões da caixa de maior volume?

Funções – uma investigação com gráficos

1. Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funções que se encontram definidas na tabela abaixo e completa-a.

   Sugestão: Em cada linha, a partir da segunda, visualiza sempre a representação gráfica de $y = x^2$.

Função	Domínio	Contra-domínio	Zeros (se existirem)	Extremos (se existirem)	Sentido da concavidade	Eq. do eixo de simetria	Coord. do vértice da parábola
$y = x^2$							
$y = 3x^2$							
$y = \frac{1}{2}x^2$							
$y = -x^2$							
$y = -3x^2$							
$y = -\frac{1}{2}x^2$							



2. Considera a família de funções definidas por $y = ax^2$, com $a \neq 0$.

   Regista algumas conclusões quanto à influência do parâmetro $\boldsymbol{a}$ no gráfico de funções desse tipo.

   Se $a > 0$ então ____

   Se $a < 0$ então ____

   Quanto maior for o valor absoluto de a, _________________________________

3. Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funções definidas por:

$y = 2x^2$

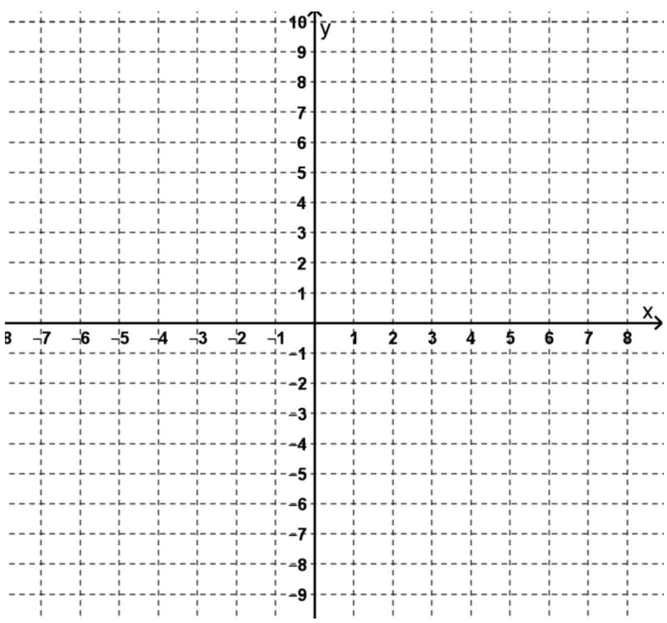
$y = 2x^2 + 1$

$y = 2x^2 - 3$

$y = -2x^2 + 2$

$y = -2x^2 - 1$

Faz um estudo semelhante ao anterior, escrevendo o domínio; o contradomínio; os zeros, se existirem; os extremos, se existirem; a equação do eixo de simetria e as coordenadas do vértice da parábola.



4. Considera a família de funções definidas por $y = ax^2 + k$, com $a \neq 0$, $a, k \in \mathbb{R}$.

Completa:

O gráfico de $y = ax^2 + k$ obtém-se a partir do gráfico da função $y = ax^2$ por uma translação associada ao vetor _________________.

As coordenadas do vértice das parábolas que representam graficamente as funções do tipo $y = ax^2 + k$ são _________.

Quanto aos zeros, podemos afirmar que uma função do tipo $y = ax^2 + k$:

$a < 0$	$a > 0$
*não tem zeros se ______________	*não tem zeros se ______________
* tem um zero se ______________	* tem um zero se ______________
* tem dois zeros distintos se ______________	* tem dois zeros distintos se ______________

5. Utilizando a calculadora gráfica, representa graficamente, no mesmo referencial, as funções definidas por:

$y = 2x^2$

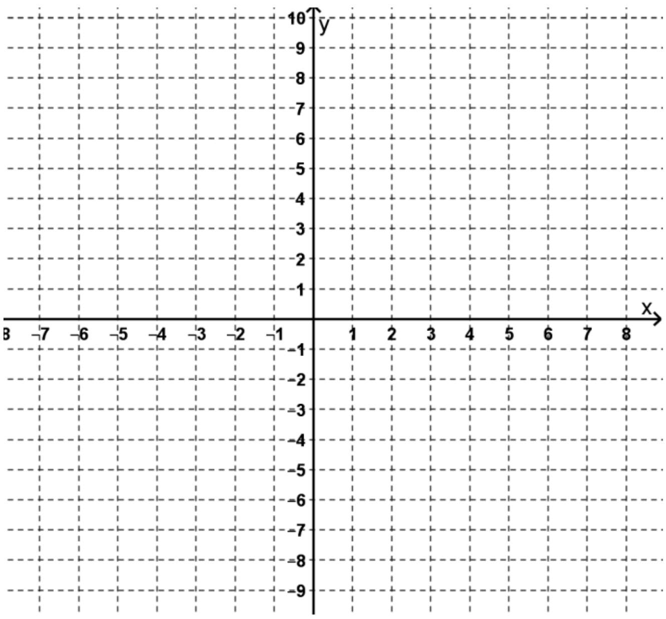
$y = 2(x-1)^2$

$y = 2(x+2)^2$

$y = -2(x-3)^2$

$y = -2(x+4)^2$

Faz um estudo semelhante ao anterior, escrevendo os zeros, se existirem; os extremos, se existirem; a equação do eixo de simetria e as coordenadas do vértice da parábola.



6. Considera a família de funções definidas por $y = a(x-h)^2$, com $a \neq 0,\ a, h \in \mathbb{R}$.

Completa:

O gráfico de $y = a(x-h)^2$ obtém-se a partir do gráfico da função $y = ax^2$ por uma translação associada ao vetor _________________.

As coordenadas do vértice das parábolas que representam graficamente as funções do tipo $y = a(x-h)^2$ são ___________.

Quanto aos zeros, podemos afirmar que uma função do tipo $y = a(x-h)^2$ ______________________________

7. Descreve como se pode obter o gráfico de cada uma das funções abaixo, a partir do gráfico da função $f(x) = x^2$:

7.1. $h(x) = (x - 7)^2$

7.2. $g(x) = -4x^2$

Começa por escrever como se obtém o gráfico de $y = 4x^2$ a partir do gráfico de $y = x^2$.

7.3. $i(x) = 3(x - 4)^2 + 2$

Completa:

O gráfico de i obtém-se a partir do gráfico de f por meio de uma contração/dilatação (risca o que não interessa) vertical de coeficiente _________, e por uma translação associada ao vetor _________.

8. Considera a família de funções definidas por $y = a(x - h)^2 + k$, com $a \neq 0,\ a, h, k \in \mathbb{R}$.

Explicita os efeitos dos parâmetros a, h e k nos gráficos das funções dessa família, a partir do gráfico da função $y = x^2$.